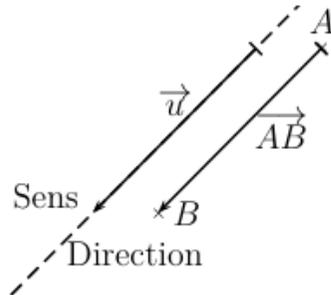


Calcul vectoriel – Fiche de cours

1. Notion de vecteur

a. Définition

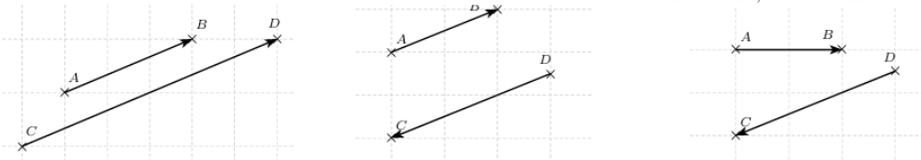
Un vecteur est l'objet géométrique qui caractérise une translation ou un glissement caractérisé par une direction, un sens et une norme



b. Colinéarité

Deux vecteurs \vec{u} et \vec{v} sont colinéaires s'ils ont même direction

Cas 1 : \vec{AB} et \vec{CD} , colinéaires. Cas 2 : \vec{AB} et \vec{CD} , colinéaires. Cas 3 : \vec{AB} et \vec{CD} , NON colinéaires.



c. Coordonnées du plan

On munit l'espace d'un repère orthonormé direct $(O; \vec{i}; \vec{j})$

$$\vec{u}(x; y) \Leftrightarrow \vec{u} = x \cdot \vec{i} + y \cdot \vec{j}$$

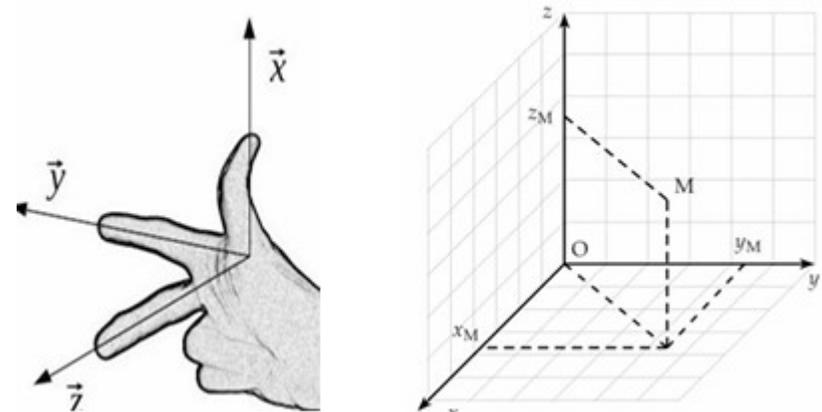
Soient $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$ 2 points du plan :

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

d. Coordonnées dans l'espace

On munit l'espace d'un repère orthonormé direct $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$

$$\vec{u}(x; y; z) \Leftrightarrow \vec{u} = x \cdot \vec{i} + y \cdot \vec{j} + z \cdot \vec{k}$$



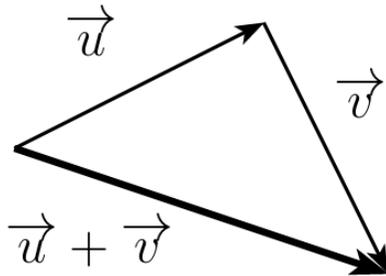
Soient $A(x_A; y_A; z_A)$ et $B(x_B; y_B; z_B)$ 2 points dans l'espace :

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}$$

2. Opérations sur les vecteurs

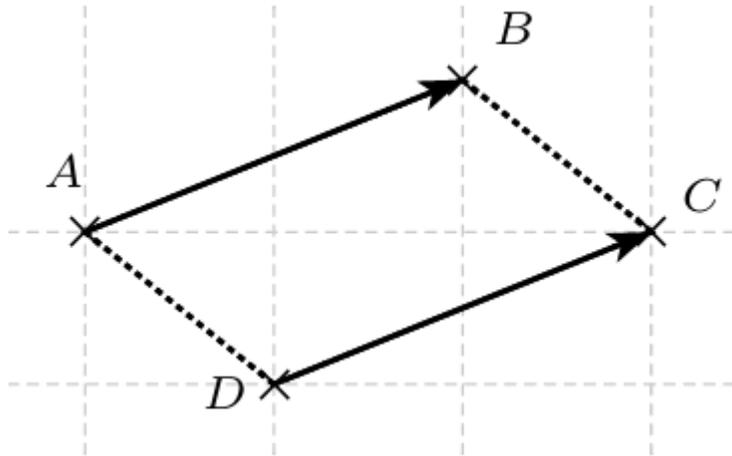
a. Somme vectorielle

La somme de 2 vecteurs s'appelle « relation de Chasles »



b. Règle du parallélogramme

Si $\vec{AB} = \vec{DC}$ alors ABCD est un parallélogramme



c. Multiplication par un réel

Si deux vecteurs \vec{u} et \vec{v} sont colinéaires alors :

$$\vec{v} = a \cdot \vec{u} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} x_v \\ y_v \\ z_v \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \cdot x_u \\ a \cdot y_u \\ a \cdot z_u \end{pmatrix}$$

Si $\vec{AB} = a \cdot \vec{DC}$ alors ABCD est un trapèze

3. Barycentre

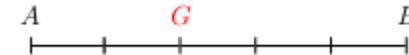
a. Barycentre à 2 points

Le barycentre d'un système de 2 points pondérés $\{(A,a) ; (B,b)\}$ avec

$a+b \neq 0$ est le point G tel que : $a \cdot \vec{GA} + b \cdot \vec{GB} = \vec{0}$

Pour tout point M du plan : $a \cdot \vec{MA} + b \cdot \vec{MB} = (a+b) \cdot \vec{MG}$

Exemple : G est le barycentre du système de points $\{(A,3) ; (B,2)\}$



Soient $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$ 2 points du plan ; si G est barycentre de $\{(A,a) ; (B,b)\}$ alors :

$$x_G = \frac{a \cdot x_A + b \cdot x_B}{a+b} ; y_G = \frac{a \cdot y_A + b \cdot y_B}{a+b}$$

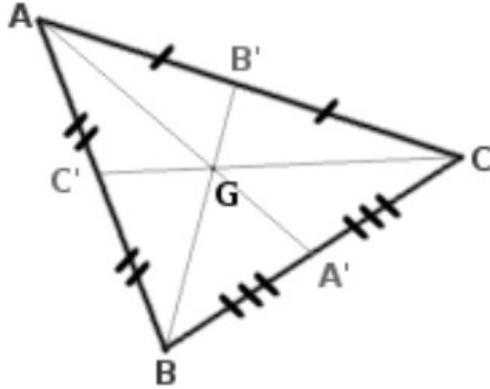
b. Barycentre à 3 points

Le barycentre d'un système de 3 points pondérés $\{(A,a) ; (B,b) ; (C,c)\}$ avec

$a+b+c \neq 0$ est le point G tel que : $a \cdot \vec{GA} + b \cdot \vec{GB} + c \cdot \vec{GC} = \vec{0}$

Pour tout point M du plan : $a \cdot \vec{MA} + b \cdot \vec{MB} + c \cdot \vec{MC} = (a+b+c) \cdot \vec{MG}$

Exemple : G est le barycentre du système de points $\{(A,1) ; (B,1) ; (C,1)\}$; G est centre de gravité du triangle ABC



Soient $A(x_A; y_A)$ $B(x_B; y_B)$ et $C(x_C; y_C)$ 3 points du plan ; si G est barycentre de $\{(A,a) ; (B,b) ; (C,c)\}$ alors :

$$x_G = \frac{a \cdot x_A + b \cdot x_B + c \cdot x_C}{a + b + c} ; y_G = \frac{a \cdot y_A + b \cdot y_B + c \cdot y_C}{a + b + c}$$

4. Produit scalaire

5. Produit vectoriel