

Dérivation – Exercices – Devoirs

Exercice 1

Calculer la dérivée des fonctions suivantes :

$$f(x)=7x-2$$

$$h(x)=-7x^3+0,001x^2-6x$$

$$g(x)=x^2+8x-1$$

$$i(x)=8x^4-3x^3+7x^2-34x+12$$

Exercice 2

Déterminer les variations des fonctions suivantes :

$$1. f(x)=x^2-2x-3$$

$$3. f(x)=\frac{2x+1}{x+1}$$

$$2. f(x)=\frac{1}{3}x^3+\frac{1}{2}x^2-2x$$

$$4. f(x)=\frac{3x-1}{x^2+x+1}$$

Exercice 3

Une petite entreprise fabrique des chaudières à bois pour des immeubles. Pour des raisons de stockage, la production mensuelle x est comprise entre 0 et 20 unités.

Le bénéfice mensuel, exprimé en milliers d'euros, est donné par la fonction B définie sur $[0,20]$ par $B(x)=-0,5x^2+10x+8$

1. Calculer le bénéfice correspondant à 3 chaudières.
2. Calculer la dérivée B' et étudier son signe.
3. Dédire de la fonction précédente, le nombre de chaudières à fabriquer pour avoir un bénéfice mensuel maximal dont on précisera la valeur

Exercice 4

Un producteur de truffe noires cultive, ramasse et conditionne de 0 à 45 kilogrammes de ce produit par semaine durant la période de production de la truffe.

Le bénéfice hebdomadaire (en euros) réalisé par la vente de x kilogrammes de truffes est donné par la fonction

$$B(x)=-x^3+60x^2-525x \quad \forall x \in [0;45]$$

1. Calculer $B'(x)$.
2. Déterminer le signe de $B'(x)$ sur $[0;45]$. En déduire le tableau de variation de la fonction $B(x)$.
3. Pour quelle quantité de truffes le bénéfice du producteur est-il maximal ? A combien s'élève-t-il alors ?

Exercice 5

Calculer la dérivée les fonctions suivantes. Dresser le tableau de variations

$$1. f(x)=\frac{2x-1}{5-x}$$

$$4. k(x)=\frac{2x+1}{3x^3+3}$$

$$2. g(x)=\frac{x-1}{-2x+3}$$

$$5. l(x)=\frac{x^3-x}{x^2+1}$$

$$3. h(x)=\frac{x(x+5)}{x^2+x+1}$$

Exercice 6

Soit la fonction f représentée ci dessous. Les tangentes à la courbe en E, A, B et C sont aussi représentées

1. Lire graphiquement :

a. $f(4)$ et $f'(4)$

d. $f(-5)$ et $f'(-5)$

b. $f(2)$ et $f'(2)$

e. $f(-2)$ et $f'(-2)$

c. $f(0)$ et $f'(0)$

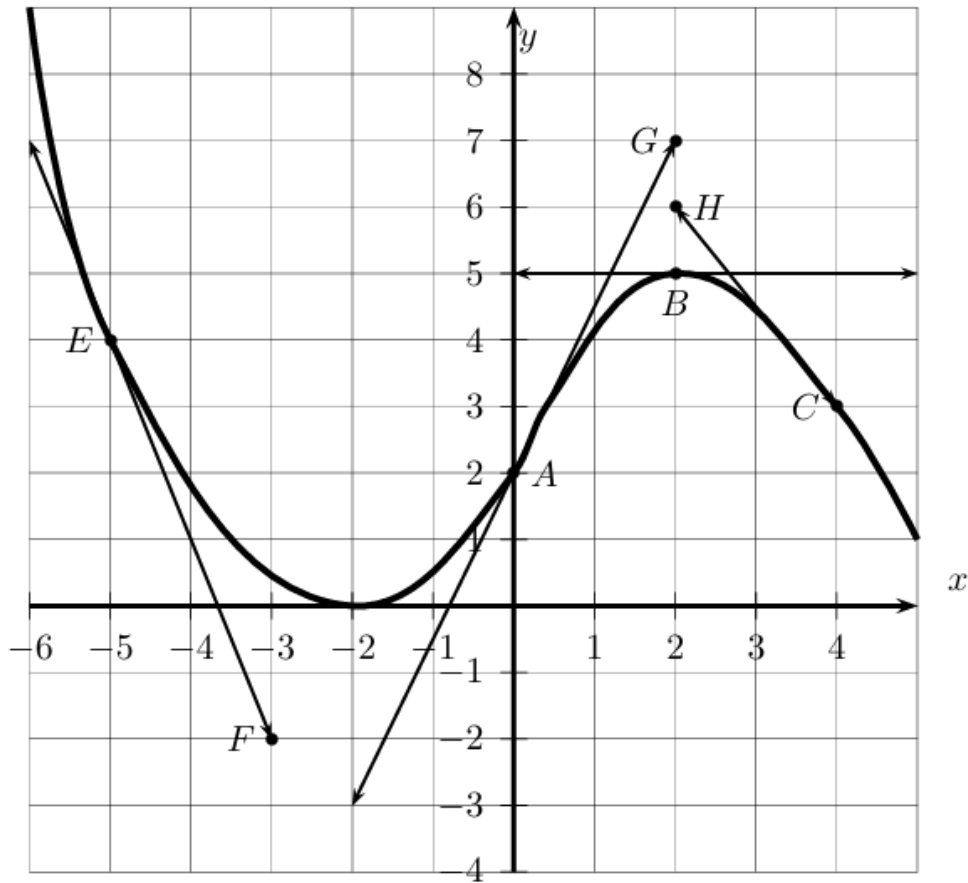
2. Donner l'ensemble des solutions de :

a. $f(x) = 0$

b. $f'(x) = 0$

3. Donner le tableau de signes de $f(x)$

4. Donner le tableau de signes de $f'(x)$ et de variations de f



Exercice 7

1. Soit $C(x)$ la fonction définie sur $[10; 90]$ par

$$C(x) = 6x^2 - 240x + 5400$$

Soit $f(x)$ la fonction définie sur $[10; 90]$ par $f(x) = \frac{C(x)}{x}$

a. Montrer que pour la fonction f , on peut aussi écrire :

$$f(x) = 6x - 240 + \frac{5400}{x}$$

b. Calculer $f'(x)$ et montrer que $f'(x) = \frac{6(x-30)(x+30)}{x^2}$

c. En déduire les variations de f sur $[10; 90]$

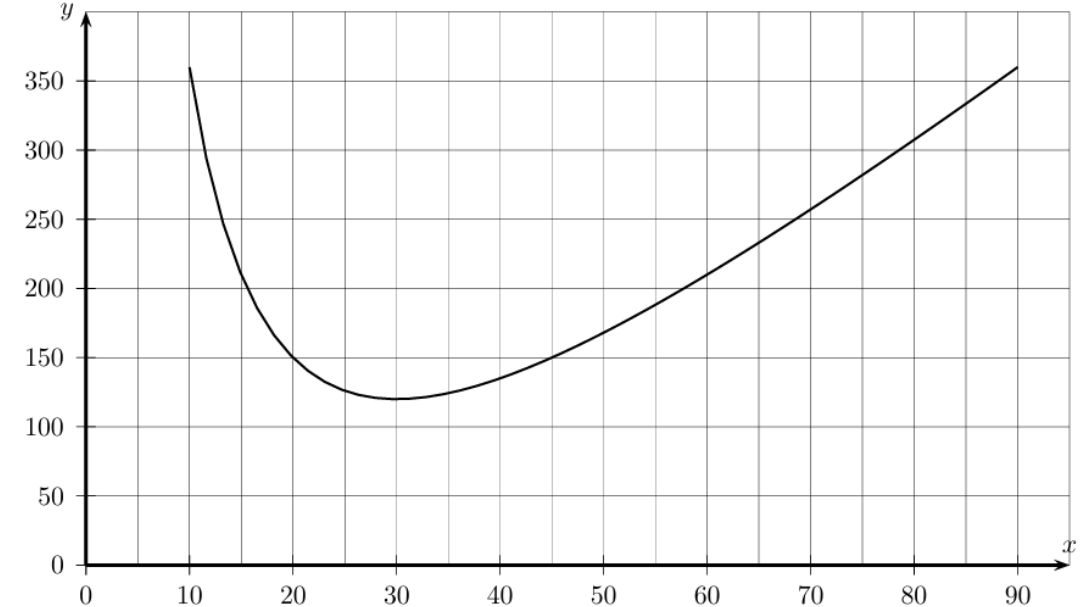
d. En déduire les extremums de f sur $[10; 90]$

2. Dans une entreprise le coût total de production de q objets est donné en euros par $C(q) = 6q^2 - 240q + 5400$ pour $q \in [10; 90]$ le coût moyen unitaire pour la fabrication de q objets est noté $C_m(q)$

a. Montrer que $C_m(q) = f(q)$ où f est la fonction de la question précédente

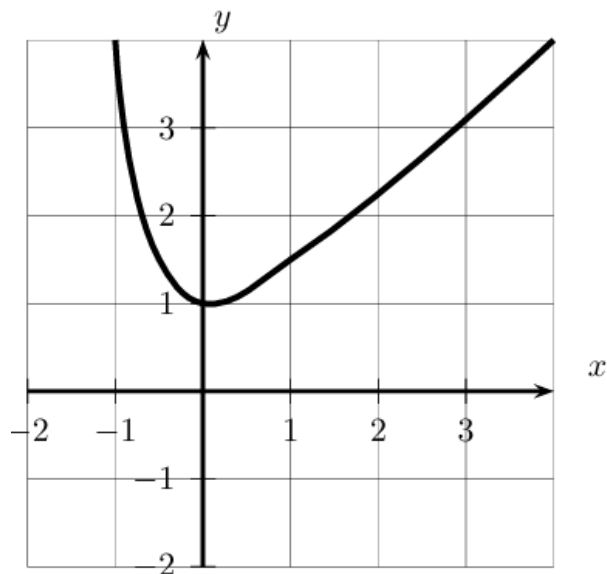
b. Déduire de l'étude de $f(x)$ la valeur de la production pour laquelle le coût moyen unitaire est minimum ainsi que la valeur du coût unitaire associée

c. Retrouver ce résultat graphiquement ci dessous grâce à la courbe de $f(x)$

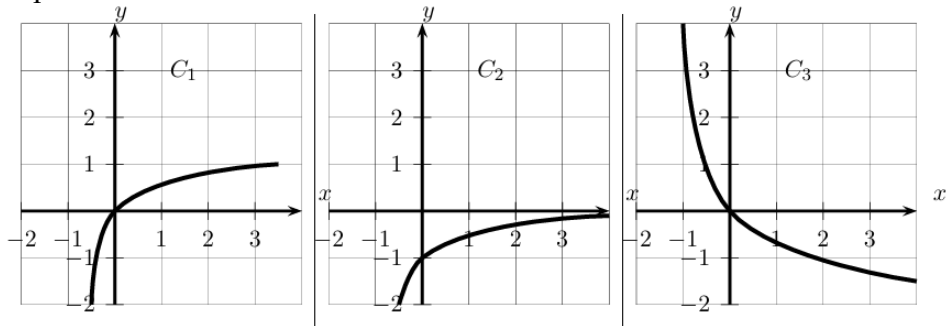


Exercice 8

Soit la fonction f dont la représentation graphique est la suivante



Laquelle des courbes ci dessous est la courbe la dérivée de la fonction f ?



Exercice 9

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R} - \{3\}$ par : $f(x) = 4x + 1 - \frac{1}{3-x}$.

Calculer la dérivée de f

Exercice 10

Pour les fonctions suivantes :

- déterminer l'ensemble de définition
- déterminer la fonction dérivée
- réduire au même dénominateur lorsque cela est possible

1. $f(x) = -5x^8 - 9x^3 + x - 2$ 3. $f(x) = \frac{4}{1-3x}$
2. $f(x) = \frac{-5}{x^5}$ 4. $f(x) = \frac{2x^2 - x + 1}{-x^2 + x + 2}$

Exercice 11

Calculer la dérivée et étudier les variations des fonctions suivantes

1. $f(x) = (3x+1)^3$ définie sur $\mathbb{R}$
2. $f(x) = (1-2x)^4$ définie sur $\mathbb{R}$
3. $f(x) = \sqrt{2x+1}$ définie sur $\left[-\frac{1}{2}; +\infty\right[$
4. $f(x) = \sqrt{2-3x}$ définie sur $\left]-\infty; \frac{2}{3}\right]$

Exercice 12

Déterminer la fonction dérivée des fonction f suivantes

1) $f(x) = -2x^3 + 3x^2 + 6x + 7$ 5) $f(x) = \frac{x^2}{1-x}$
2) $f(x) = -\frac{5}{x^2}$ 6) $f(x) = \frac{2x-1}{x^2+1}$
3) $f(x) = \sqrt{4-x}$
4) $f(x) = \frac{9}{2x+1}$