

Dérivation – Fiche de cours

1. Fonctions dérivées

a. Définition

Soit une fonction $f(x)$ définie sur un intervalle I ; si f est dérivable en I , on note $f'(x)$ sa dérivée

b. Dérivées usuelles

Fonction f	Fonction dérivée f'	Ensemble de dérivabilité
$f(x) = k, k \in \mathbb{R}$	$f'(x) = 0$	$\mathbb{R}$
$f(x) = x$	$f'(x) = 1$	$\mathbb{R}$
$f(x) = ax + b$	$f'(x) = a$	$\mathbb{R}$
$f(x) = x^2$	$f'(x) = 2x$	$\mathbb{R}$
$f(x) = x^n, n \in \mathbb{N}^*$	$f'(x) = nx^{n-1}$	$\mathbb{R}$
$f(x) = \sqrt{x}$	$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$	$]0, +\infty[$
$f(x) = \sin x$	$f'(x) = \cos x$	$\mathbb{R}$
$f(x) = \cos x$	$f'(x) = -\sin x$	$\mathbb{R}$
$f(x) = \frac{1}{x}$	$f'(x) = -\frac{1}{x^2}$	$\mathbb{R}^*$
$f(x) = \frac{1}{x^n}$	$f'(x) = \frac{-n}{x^{n+1}}$	$\mathbb{R}^*$

c. Opérations des dérivées

$$f(x) = au(x) + bv(x)$$

$$f(x) = u(x) \cdot v(x)$$

$$f'(x) = au'(x) + bv'(x)$$

$$f'(x) = u'(x) \cdot v(x) + u(x) \cdot v'(x)$$

$$f(x) = \frac{1}{u(x)}$$

$$f(x) = \frac{u(x)}{v(x)}$$

$$f(x) = g(ax+b)$$

$$f'(x) = \frac{-u'(x)}{u^2(x)}$$

$$f'(x) = \frac{u'(x) \cdot v(x) - u(x) \cdot v'(x)}{v^2(x)}$$

$$f'(x) = a \cdot g'(ax+b)$$

2. Dérivée et sens de variation

Soit une fonction f définie et dérivable sur un intervalle I

$$f'(x) > 0 \Leftrightarrow f \text{ est croissante}$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow f \text{ est constante}$$

$$f'(x) < 0 \Leftrightarrow f \text{ est décroissante}$$

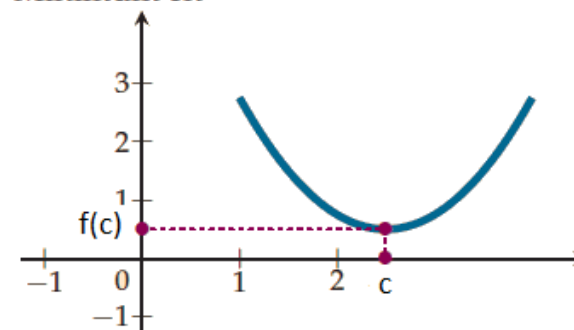
3. Extrema d'une fonction

a. Minimum

Une fonction f admet un minimum sur un intervalle I si :

$$\forall x \in I \quad \exists c \in I \quad f(x) \geq f(c)$$

Minimum en c

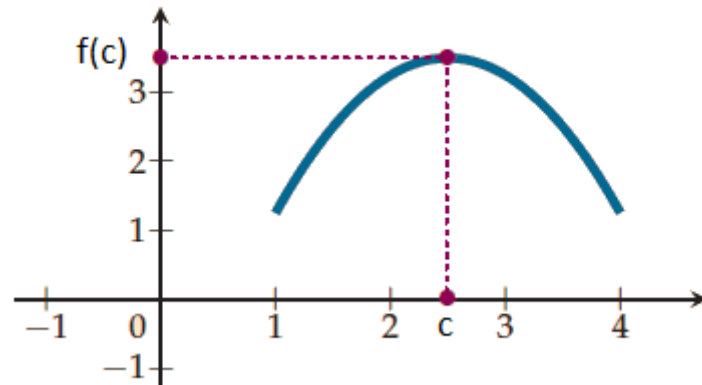


b. Maximum

Une fonction f admet un maximum sur un intervalle I si :

$$\forall x \in I \quad \exists c \in I \quad f(x) \leq f(c)$$

Maximum en c



c. Lien avec la dérivée

Soit f une fonction définie et dérivable sur I

Lorsque la dérivée f' s'annule en changeant de signe la fonction f admet un extremum local