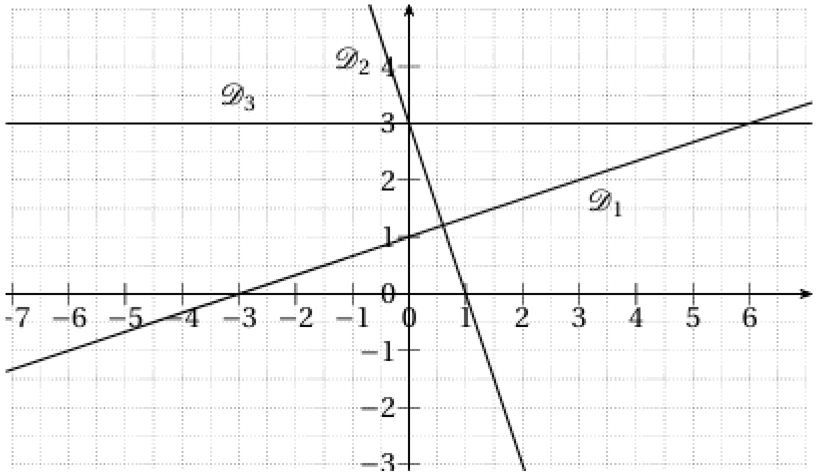
Exercice 1 **corrigé disponible**

Dans le repère ci-dessous sont tracées 3 droites. Déterminer une équation pour chacune d'elles.



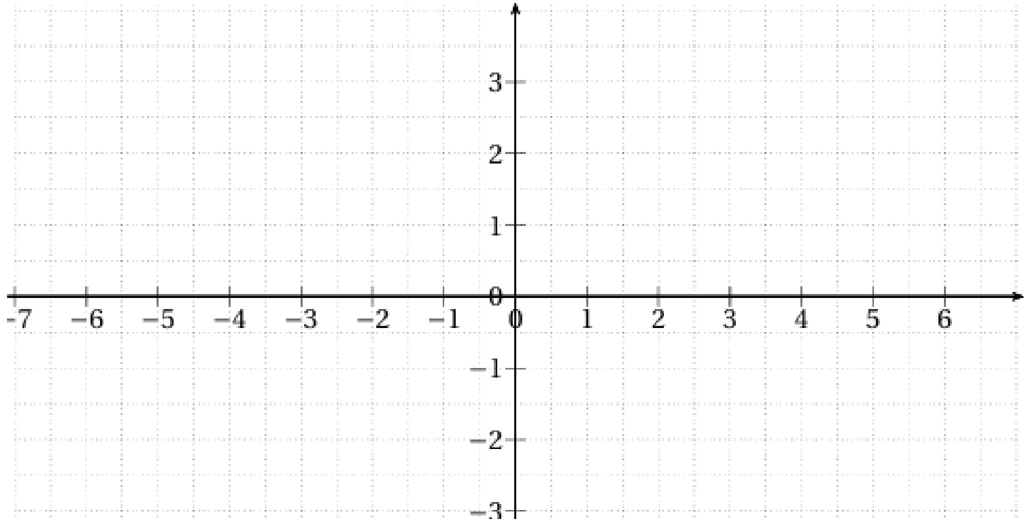
Exercice 2 **corrigé disponible**

1. Tracer sur le repère la droite D_1 d'équation D_1 : $y=-\frac{1}{3}\cdot x+2$

2.a. Tracer la droite D_2 passant par A(1 ; −1) et de coefficient directeur 2

2.b. Déterminer par le calcul une équation de D_2.

3. Déterminer par le calcul une équation de la droite D_3 passant par les points A(1; −1) et B(−4;1).



Exercice 3 **corrigé disponible**

Dans un magasin, une cartouche d'encre pour imprimante coûte, à l'unité 15 €.
Un site Internet propose cette même cartouche à 10€ l'unité avec des frais de livraison fixes, quel que soit le nombre de cartouches achetées, de 40 €.

1. Reproduire et compléter le tableau suivant :

Nombre de cartouches achetées	2	5	11	14
Prix à payer en magasin en euros		75		
Prix à payer par Internet en euros		90		

2. On note x le nombre de cartouches achetées.

(a) On note PM le prix à payer pour l'achat de x cartouches en magasin. Exprimer PM(x) en fonction de x.

(b) On note PI le prix à payer, en comptant la livraison, pour l'achat de x cartouches par Internet. Exprimer PI(x) en fonction de x.

3. Tracer les droites D et D' représentant les fonctions suivantes :
   - D représente la fonction $x \rightarrow 15x$
   - D' représente la fonction $x \rightarrow 10x+40$.

4. En utilisant le graphique:

   (a) Déterminer le prix le plus avantageux pour un achat de 6 cartouches.

   (b) Sonia dispose de 80€ pour acheter des cartouches. Est-il plus avantageux pour elle d'acheter des cartouches en magasin ou sur Internet ?

5. À partir de quel nombre de cartouches le prix sur Internet est-il inférieur ou égal à celui du magasin?

Exercice 4 **corrigé disponible**

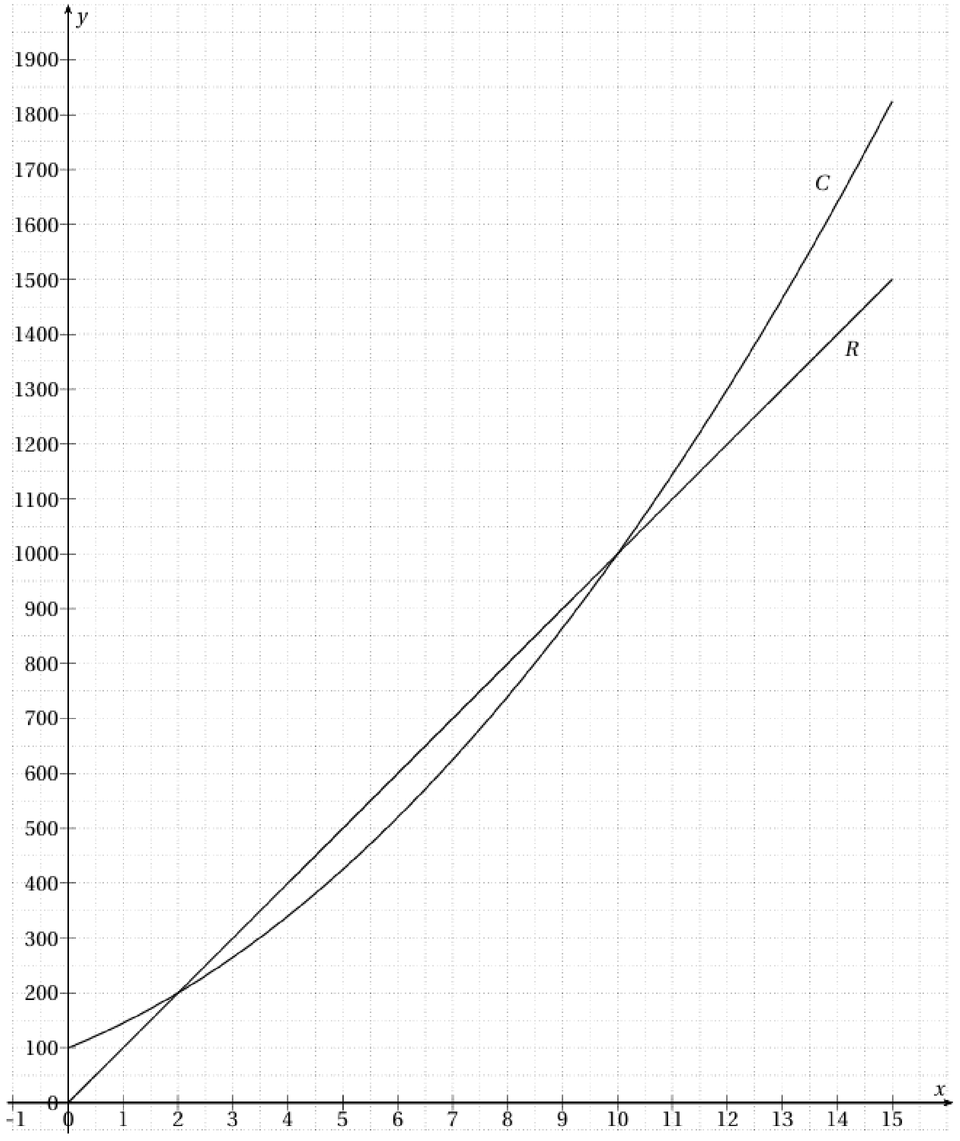
On donne les fonctions trinômes suivantes, toutes définies sur R :

- $A(x)=x^2+x-1$ • $B(x)=2x^2-x+1$ • $C(x)=-2x^2-4x+1$ • $D(x)=4x^2-4x+1$

1. Résoudre l'équation $A(x)=0$.
2. Déterminer le signe de $B(x)$ selon les valeurs de x.
3. Déterminer le signe de $C(x)$, dresser le tableau des variations de C et en déduire l'extremum de C.
4. Donner la forme factorisée de $D(x)$, si elle existe.

Exercice 5

Une petite entreprise produit chaque mois entre 0 et 15 kilogrammes de crevettes décortiquées. Pour x kg produits, on note $C(x)$ le coût de production, $R(x)$ la recette de la vente et $B(x)$ le bénéfice réalisé, tous les trois en euros.



Partie A: Lectures graphiques

À l'aide de ces courbes et avec la précision permise par le graphique, répondre aux questions suivantes.

1. Quels sont les coûts fixes ?
2. L'entreprise réalise-t-elle un bénéfice lorsque qu'elle produit et vend 1 kg de crevettes?
3. Pour quelle(s) production(s) le coût de production est-il égal à la recette?
4. Pour quelle(s) production(s) le bénéfice réalisé est-il positif ?

Partie B: Calculs

Pour x exprimé en kg et compris entre 0 et 15, le coût de la vente et la recette sont modélisées par les fonctions C et R, exprimées en euro, et telles que : $C(x)=5x^2+40x+100$ et $R(x)=100x$.

1. Montrer que le bénéfice de la vente, exprimé en euros, B est tel que : $B(x) =-5x^2+60x-100$ pour $0 \leqslant x \leqslant 15$.
2. En déduire les racines de B(x)
3. Déterminer le signe de B(x) selon les valeurs de x, pour $0 \leqslant x \leqslant 15$
4. Déterminer le tableau des variations de B ; en déduire le bénéfice maximum de l'entreprise et la production pour laquelle il est atteint.

Exercice 6

1. Déterminer les racines des polynômes du second degré suivants (les valeurs exactes sont attendues) :

   (a) $A(x)=2x^2-3x-1$ (b) $B(x)=x^2-x+3$ (c) $C(x)=x^2-2x+1$

2. Résoudre : $-x^2+x+2<0$

Exercice 7

Résoudre les équations suivantes dans $\mathbb{R}$.

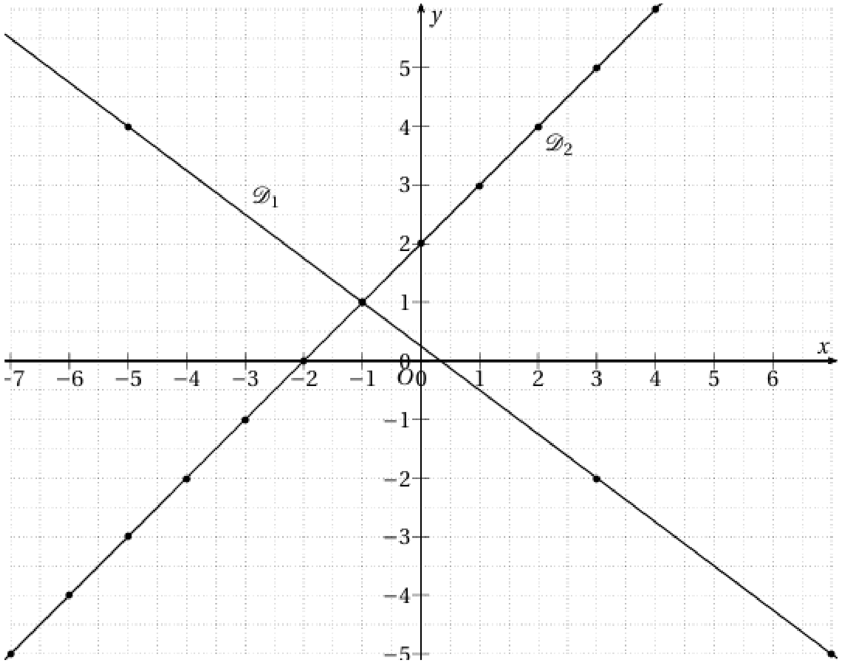
1) $-x^2+4x+5=0$ 2) $x^2+2x-3=0$

3) $2x^2-5x+7=0$ 4) $3x^2-2x-7=2$

Exercice 8

1. Soit A et B deux points de coordonnées respectives A(1;2) et B(−3;4). Déterminer l'équation réduite de la droite (AB)

2. On donne sur la figure ci-dessous deux droites sur lesquelles sont placés des points à coordonnées entières. Donner pour chacune d'elles leur équation réduite

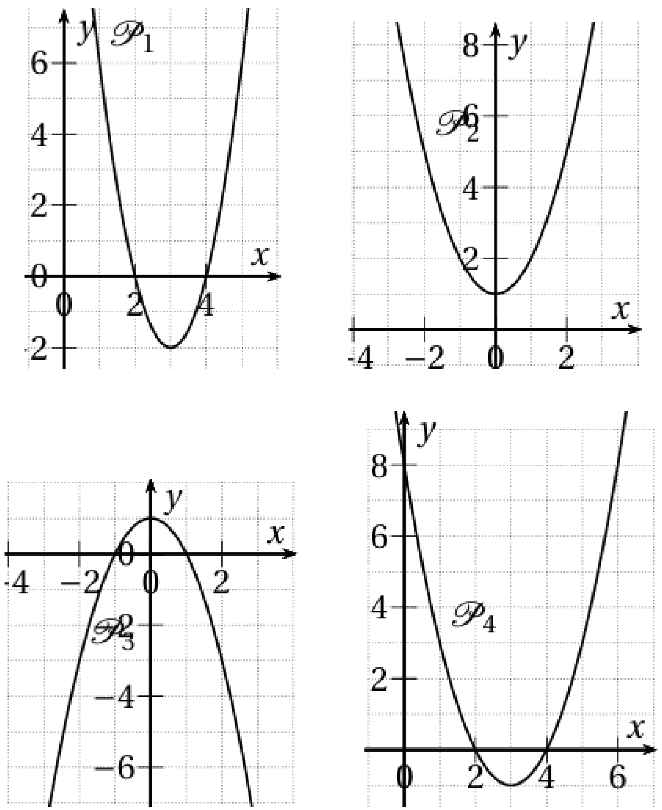


Exercice 9

Voici quatre équations :

1. $y = x^2 - 6x + 8$
2. $y = 2(x-2)(x-4)$
3. $y = x^2 + 1$
4. $y = 1 - x^2$

La figure ci-dessous propose quatre paraboles.
Retrouver l'équation de chacune de ces paraboles



Exercice 10

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

a. $x^2 - 3x - 4 = 0$;

b. $-x^2 + x - 0,25 = 0$;

c. $2x^2 - 3x + 5 = 0$;

d. $4x^2 - x - 3 = 0$;

e. $4x^2 - 9 = 0$;

f. $x^2 + 9 = 0$.

g. $x^2 - x - 2$;

h. $x^2 - 4x + 4 = 0$;

i. $3x^2 + 2x + 7 = 0$;

j. $x^2 + 3x = 0$;

Exercice 11

Résoudre les inéquations suivantes :

1. $f(x) = x^2 + x + 1$ $\mathbf{>0}$
2. $g(x) = -x^2 - x + 1$ $\mathbf{<0}$
3. $h(x) = x^2 - x - 2$ $\mathbf{<0}$
4. $i(x) = -x^2 + 2x - 1$ $\mathbf{>0}$

Exercice 12

Résoudre les inéquations suivantes :

$e^x + 1 = 3$; $e^{-2x+1} = 10$; $10^{x-3} = 8$; $10^{-5x+2} = 4$

Exercice 13

Déterminer le domaine de définition des fonctions suivantes.

$f(x)=\ln(3x-2)$; $g(x)=\log(-x^2+3x+4)$; $h(x)=x^2+1+2\log x$

Exercice 14

En utilisant les propriétés du logarithme, simplifier les expressions suivantes :

$A = 2\ln 5+3\ln 2-\ln 16$; $B = -3\log 100+\log 1000+10$;

$C = 4\ln 3+2\ln 5+4\ln 1$; $D = 2\log 10000-3\log 0,001$

Exercice 15

Dériver les fonctions suivantes et étudier leurs variations sur$]0;+\infty[$.

$f(x) = 4x-\ln x$; $g(x) = 2x+\log x$; $h(x)=x^2-2\ln x$; $k(x)=-\frac{1}{2}x^2+6x-5\,lnx$

Exercice 16

Une entreprise produit chaque année entre 100 et 900 pneus pour tracteurs. Nous considérons la fonction f définie sur [1;9] par $f(x)=0,5x^2-7x+14+6\ln x$. On admet que f(x) modélise le coût moyen annuel (exprimé en centaine d'euros) pour la fabrication de x pneus

1. Montrer que, pour tout $x \in [1;9]$, $f'(x)=\frac{x^2-7x+6}{x}$
2. En déduire le signe de f'(x) sur [1;9]
3. A partir de ce qui précède, dresser le tableau de variations de f sur l'intervalle [1;9].
4. Pour quelle quantité de pneus, le coût moyen annuel de fabrication est-il minimal ? A combien s'élève-t-il ?
5. A l'aide de la calculatrice, déterminer un encadrement au centième de la solution de l'équation f(x)=5

Exercice 17

On considère la fonction f définie sur l'intervalle$[1; 6]$ par

$f(x) = 2x - 2 - 4\ln(x)$.

a. Calculer $f'(x)$.

b. Etudier le signe de $f'(x)$sur l'intervalle$[1; 6]$.

c. Dresser le tableau de variation de la fonction f sur l'intervalle $[1; 6]$.

d. Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution dans [3;6], on la note α. Déterminer une valeur approchée de α à 10

e. Dresser le tableau de signes de la fonction f.

Exercice 18

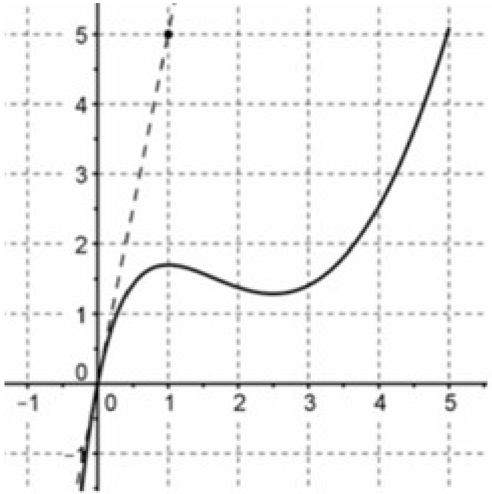
On considère la fonction f définie sur $[-0,5; 5]$ par

$$f(x) = x - 9x + 14\ln(x + 1).$$

Dans le repère ci-dessous, on a représenté la courbe représentative de la fonction f. On admet que la fonction f est dérivable sur $[-0,5 ; 5]$ et on note f' sa fonction dérivée.

Partie A : Avec la précision permise par le graphique, répondre aux questions suivantes :

1. Déterminer $f(0)$ et $f'(0)$.
2. Donner le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 1,5$.



Partie B :

1. Calculer $f'(x)$ et vérifier que pour tout $x \in [-0{,}5\ ;\ 5]$,

$$f'(x)=\frac{(2x-5)\cdot(x-1)}{x+1}$$

2. Déterminer le signe de $f'(x)$ puis les variations de la fonction f sur $[-0{,}5;\ 5]$.

3. Déterminer l'équation réduite de la tangente à la courbe représentative de la fonction f au point 0.

Exercice 19

Partie A

On considère la fonction f définie sur l'intervalle [0; 15] par
$f(x)=2\ln(x+1)+1$.

1. On désigne par f ′ la fonction dérivée de f sur l'intervalle [0; 15].
   a. Calculer f ′(x) et étudier son signe sur l'intervalle [0; 15].
   b. Établir le tableau de variations de f sur l'intervalle [0; 15].
2. Recopier et compléter le tableau de valeurs (arrondir au dixième) :

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
$f(x)$			3,2		4,2	4,6	4,9	5,2			5,8		6,1	6,3		

3. Tracer la courbe C représentative de la fonction f dans un repère orthonormal (unité : 1 cm).
4. Soit (D) la droite d'équation y =0,8x. Tracer la droite (D) dans le repère précédent.

Partie B

Une entreprise fabrique des pièces pour avions. On note x le nombre de pièces fabriquées par mois ($0 \leqslant x \leqslant 15$). Chaque mois, les coûts de production, exprimés en milliers d'euros, sont donnés par : $f(x)=2\ln(x+1)+1$. Le prix de vente d'une pièce est 0,8 millier d'euros.

1. Si l'entreprise vend x pièces, déterminer la recette exprimée en milliers d'euros.
2. Vérifier que le bénéfice mensuel est : $B(x)=0{,}8x-1-2\ln(x+1)$.
3. Calculer une valeur approchée de B(3) et B(14), puis préciser pour chacun de ces cas si l'entreprise est bénéficiaire.
4. En justifiant graphiquement la réponse, donner le nombre minimal de pièces qu'il faut fabriquer et vendre pour que l'entreprise soit bénéficiaire.
5. On souhaite vérifier le résultat obtenu à la question précédente.

a. Calculer B′(x) et montrer que pour $x \in [0;15]$, $B'(x)=\dfrac{0{,}8x-1{,}2}{x+1}$

b. Etudier le signe de B′(x) et dresser le tableau de variations de B.

c. Montrer que l'équation B(x) =0 admet une unique solution dans l'intervalle [0;15]. En déduire la plus petite valeur de x pour laquelle l'entreprise réalise un bénéfice

Exercice 20

Simplifier les expressions suivantes :

1. $\log\left(10^5\right)$ **2.** $\log\left(10^{-9}\right)$ **3.** $\log\left(\dfrac{10^3}{10^{-2}}\right)$ **4.** $\log\left(\dfrac{10^{-2}}{10^{-2}}\right)$

Exercice 21

Écrire les nombres suivants sous la forme $\log(A)$, où A est un nombre réel que l'on précisera :

1. $\log(2)+\log(7)-\log(5)$ **2.** $\log(3)-2\log(5)$ **3.** $\log(3)+\log(7)$

4. $3\log(7)-7\log(3)$ **5.** $\log(12)-\log(4)+2\log(3)$ **6.** $3\log(2)-2\log(5)+5\log(10)$

Exercice 22

On place un capital de 12000 € à intérêts composés au taux annuel de 5 %.
On considère qu'il y a 365 jours par an
1. Déterminer le capital acquis au bout de 6 ans, 5 mois et 15 jours.
2. En déduire les intérêts acquis pendant cette période.
3. On a acquis 2205,64 € d'intérêts. Pendant combien de temps le capital est-il resté placé ?

Exercice 23

Une entreprise décide de produire 4 000 pièces le premier mois et de diminuer sa production de 5% sa production chacun des mois suivants jusqu'à ce que cette production devienne inférieure à 2 000 pièces afin de s'arrêter. On note u_n la production au cours du mois n.
1. Calculer u_2 et u_3.
2. Quelle est la nature de la suite (u_n)? Préciser sa raison.
3. Exprimer u_n en fonction de n.
4. Résoudre l'inéquation : $0{,}95^x \leq 0{,}5$
5. Indiquer le rang du mois où la production sera arrêtée

Exercice 24

L'échelle de Beaufort, qui mesure la force du vent, comporte 13 degrés (de 0 à 12).
Le degré Beaufort B est lié à la vitesse moyenne du vent v (en $km.h^{-1}$) par :

$$B^3=\frac{v^2}{9}$$

1a. Calculer le degré Beaufort, arrondi à l'unité, pour une vitesse v =90 $km.h^{-1}$.
1b. Calculer la vitesse du vent v (en $km.h^{-1}$) correspondant à un vent de force 10 Beaufort.
2. Démontrer que la relation entre B et v peut s'écrire :

$$\log v=\frac{3}{2}\cdot\log B+0{,}477$$

3. Si on représente, dans un repère log-log, v en fonction de B, quelle est l'allure de la représentation graphique?
4. a. A l'aide de la calculatrice, entrer dans la liste L1 les valeurs de B allant de 1 à 12. Obtenir dans L2 les valeurs de log(B), puis dans L3 celles de log(v).
4b. Quelle instruction doit-on saisir pour faire calculer les valeurs de v dans L4 ?
5. Compléter le tableau ci-dessous :

Degré Beaufort	Terme générique	Vitesse v (en $km.h^{-1}$)	Observations
6	Vent frais	39 à 49	Des lames se forment; crêtes d'écume blanches plus étendues
3	Petite brise	…	Très petites vagues, écume d'aspect vitreux
…	Tempête	88 à 102	Très grosses lames à longues crêtes en panache; déferlement en rouleaux intense et brutal
5	Bonne brise	…	Vagues modérées, allongées; moutons nombreux

Exercice 25

Déterminer les dérivées et étudier les variations des fonctions suivantes .

1. $f(x) = 5x^2 + \ln(x)$
2. $g(x) = 10x + 8 - 7\ln(x)$
3. $f(x) = 4x^3 + 2\ln(x) - 6$
4. $g(x) = 5x + 1 - 4\ln(x)$

Exercice 26

Résoudre les équations.

1. $2^x = 128$
2. $3^x = 12{,}34$
3. $\ln(x) - 1 = 3$
4. $\ln(x + 3) = 0$
5. $10^x = 2500$
6. $1{,}2^x = 5{,}5$
7. $2\ln(x) + 2 = 3$
8. $\ln(2x - 5) = 1$

Exercice 27

On considère la fonction f définie par : $f(x) = 3x+14-12\ln(2x)$

1. Compléter le tableau de valeurs ci dessous à 10^{-2} près

	A	B	C	D	E
1	x	0	1	4	10
2	$f(x)$				

2. On considère la fonction f sur [1 ; 10]

2a. Calculer f′(x) et montrer que : $f'(x)=\dfrac{3x-12}{x}$

2b. Etudier le signe et les annulations de f′(x) sur [1; 10]

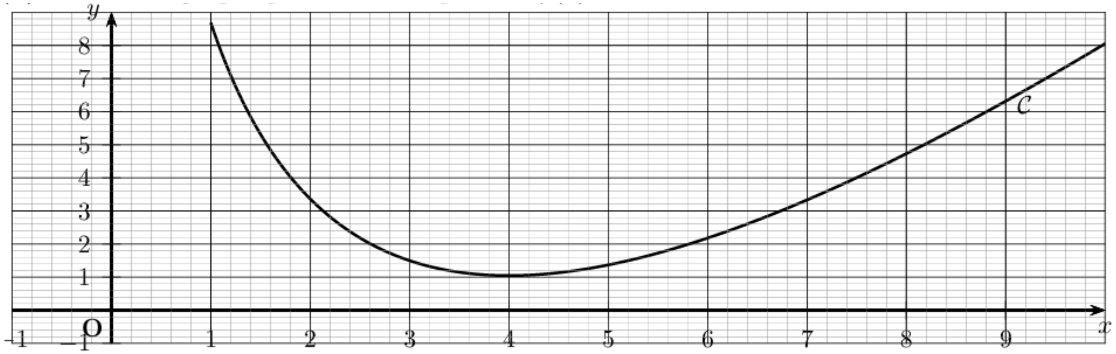
2c. En déduire le tableau de variations de f sur [1; 10]

2d. En déduire les extrémums de f et les valeurs de x associée

3. A partir de la courbe de f donnée ci dessous on donnera des valeurs approchées arrondies à 10^{-1} des solutions)

3a. Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = 5$

3b. Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) < 5$



Une entreprise fabrique, chaque jour, entre 1000 et 10000 objets identiques.

On admet que lorsque x milliers d'objets sont fabriqués, $1 \leqslant x \leqslant 10$, le coût moyen de fabrication d'un objet est $C_u(x) = f(x)$ euros où f est la fonction qui a été définie précédemment.

4a. Déterminer la quantité de pièces à fabriquer pour que le coût moyen soit minimal et donner ce coût moyen. Arrondir au centime d'euro

5. Utiliser les résultats de la partie A pour déterminer les quantités d'objets à fabriquer afin que le coût moyen de fabrication d'un objet soit inférieur ou égal à 5 euros.

6. Chaque objet est vendu 5 euros, quelles valeurs de la production assurent alors un bénéfice ?

5. A priori, à quelle production pourrait-on penser pour maximiser le bénéfice?

6. Montrer que le bénéfice en milliers d'euros est donné par

$$B(x) = -3x^2 - 9x + 12x\ln(2x)$$

7. Dériver 2 fois B(x) puis en déduire la valeur de la production qui maximise le bénéfice ainsi que le bénéfice maximal

Exercice 28

On donne la fonction f définie sur l'intervalle [0,100] par :

$$f(x) = 216x - x^2 - 4000ln(\frac{x+12}{12})$$

On note C sa courbe représentative dans un repère orthogonal (1cm pour 5 en abscisses et 1 cm pour 200 en ordonnées)

1. Calculer f'(x) et vérifier que $f'(x) = -2(x-8)(x-88)$ x +12

2a. Etudier dans un tableau, le signe de f'(x)

2b. Etablir le tableau de variations de f sur [0,100]

3. Tracer la courbe C

4. A l'aide de la calculatrice, donner une valeur approchée arrondie à 10^{-3} près de la solution α de l'équation f(x) = 0

Pour des raisons d'approvisionnement limités, la coopérative "val de seine" ne peut produire et commercialiser plus de 100 tonnes de tomates confites par an. Le coût total de production (en euros) est donné par la fonction g définie sur [0;100] par :

$$g(x) = 10x^2 + 40000\ln\left(\frac{x+12}{12}\right)$$

où x désigne le nombre de tonnes produites. Elle vend toute cette production à 2160 € la tonne

5. Déterminer en fonction de x le bénéfice de la société sur le poste "tomates confites". Exprimer ce bénéfice en utilisant la fonction f de la partie A

6. Combien de kilogrammes faut-il produire au minimum pour que ce bénéfice soit positif ?

7. Combien de tonnes faut-il produire pour que ce bénéfice soit maximal ? Que vaut-il alors ?