Fonctions de référence – Fiche de cours

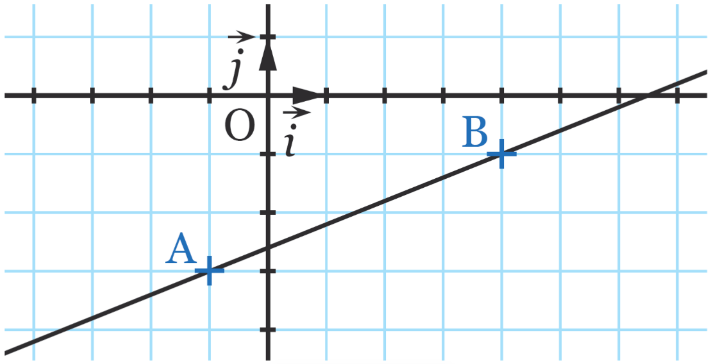
1. Fonctions affines

a. Définition

L'équation réduite d'une droite du plan est :

$x=c$ si parallèle à l'axe des ordonnées

$y=ax+b$ $\quad x\in R$ non parallèle à l'axe des ordonnées



Soient $A(x_A ; y_A)$ et B $(x_B ; y_B)$ deux points de la droite :

- $a=\dfrac{y_B-y_A}{x_B-x_A}$
- pour déterminer b, on remplace les coordonnées d'un point appartenant à la droite

b. Variations

- a >0 : la droite est croissante
- a=0 : la droite est horizontale
- a<0 : la droite est décroissante

c. Tableau de signe

x	$-\infty$	$-\dfrac{b}{a}$	$+\infty$
$ax+b$	Signe de $-a$	0	Signe de a

2. Les trinômes du second degré

a. Forme développée et réduite

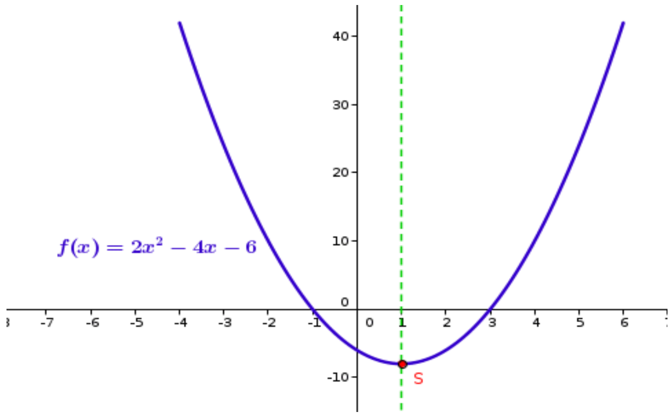
Un trinôme du second degré est défini par :

$$P(x)=ax^2+bx+c \qquad a\neq 0 \qquad b\in R \qquad c\in R$$

Un trinôme du second degré est défini sur ℝ

La représentation graphique d'un trinôme du second degré est une parabole symétrique par rapport à la droite d'équation :

$$x=-\frac{b}{2a}$$



c. Variation

- $a > 0$

x	$-\infty$		α		$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	β	$\nearrow$	$+\infty$

La parabole est dirigée vers le haut

- $a < 0$

x	$-\infty$		α		$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	β	$\searrow$	$-\infty$

La parabole est dirigée vers le bas

Les coordonnées du sommet S sont donc : $S(\alpha\ ;\ \beta)$

2. Résolution de l'équation P(x)=ax²+bx+c=0

a. Le discriminant

Le discriminant d'un trinôme du second degré est défini par :

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

b. Les racines réelles

On appelle racine réelle d'un trinôme du second degré la(es) valeur(s) de x qui vérifie(nt) l'équation P(x)=0, tel que x $\in \mathbb{R}$

- si $\Delta<0$

Il n'y a pas de racine sur $\mathbb{R}$

- si $\Delta=0$

Il y a une racine double : $x_0 = -\dfrac{b}{2a}$

- $\Delta>0$

Il y a 2 racines distinctes : $x_1 = \dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ *et* $x_2 = \dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$

Dans certains cas on peut trouver des racines évidentes -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3

3. Etude du signe d'un trinôme du second degré

<table>
<tr><th></th><th>Signe de $f(x)$</th></tr>
<tr><td>$\Delta > 0$</td><td>
<table>
<tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td></td><td>x_1</td><td></td><td>x_2</td><td></td><td>$+\infty$</td></tr>
<tr><td>$f(x)$</td><td></td><td>signe de a</td><td>0</td><td>signe de $-a$</td><td>0</td><td>signe de a</td><td></td></tr>
</table>
</td></tr>
<tr><td>$\Delta = 0$</td><td>
<table>
<tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td></td><td>x_0</td><td></td><td>$+\infty$</td></tr>
<tr><td>$f(x)$</td><td></td><td>signe de a</td><td>0</td><td>signe de a</td><td></td></tr>
</table>
</td></tr>
<tr><td>$\Delta < 0$</td><td>
<table>
<tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td></td><td>$+\infty$</td></tr>
<tr><td>$f(x)$</td><td></td><td>signe de a</td><td></td></tr>
</table>
</td></tr>
</table>