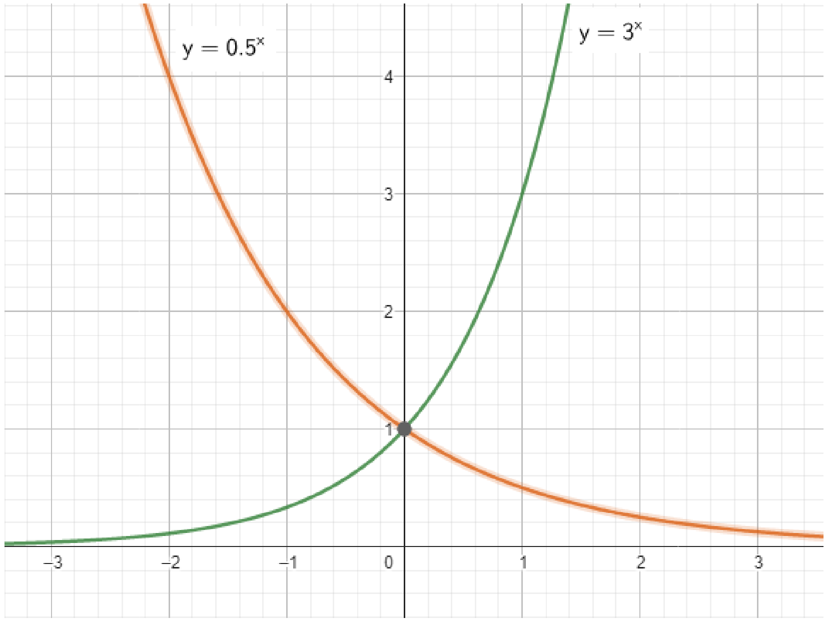
Fonctions exponentielles – Fiche de cours

1. Définition

Pour $a>0$ on définit la fonction exponentielle de base a, par :

$$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x)=a^x \quad \text{avec} \quad a^0=1$$



2. Sens de variation

Pour $0<a<1$: $f(x)=a^x$ est décroissante sur $\mathbb{R}$

Pour $a=1$: $f(x)=1$ est constante sur $\mathbb{R}$

Pour $a>1$: $f(x)=a^x$ est croissante sur $\mathbb{R}$

Si $k>0$ a^x et $k \cdot a^x$ ont les mêmes variations

Si $k<0$ a^x et $k \cdot a^x$ ont les variations contraires

3. Propriétés algébriques

a. Exponentielles de base a

$$a^0=1 \qquad \forall x \in \mathbb{R} \quad a^x>0$$

b. Equations et inéquations

$$a^x \geq a^y \Leftrightarrow x \geq y \qquad a^x=a^y \Leftrightarrow x=y \qquad a^x \leq a^y \Leftrightarrow x \leq y$$

c. Autres propriétés

$$a^{-x}=\frac{1}{a^x} \qquad a^x \cdot a^y=a^{x+y} \qquad \frac{a^x}{a^y}=a^{x-y} \qquad \left(a^x\right)^n=a^{n \cdot x}$$

4. Taux d'évolution moyen

a. Puissance 1/n

Pour x, a et n positifs alors la solution de l'équation $x^n=a$ est $x=a^{1/n}$

b. Evolutions successives

Lors de n évolutions successives, le coefficient multiplicateur vaut :

$$CM=CM_1 \times CM_2 \times \ldots CM_n$$

Si les évolutions sont toutes identiques lors de n évolutions (augmentation ou baisse de t% appelé taux moyen) alors : $CM=\left(1+\frac{t}{100}\right)^n$

Le taux d'évolution global T% lors de n évolutions est défini par :

$$CM=1+\frac{T}{100} \quad \text{avec} \quad t=100 \cdot \left(\left(1+\frac{T}{100}\right)^{1/n}-1\right)$$