La forme de la Terre – Exercices – Devoirs

Exercice 1 corrigé disponible

Dès l'Antiquité, les Grecs savaient que la Terre était sphérique. Ils ont même mesuré sa circonférence. Cet exercice étudie deux approches historiques liées à la connaissance de la forme de la Terre.

Partie A. La Terre est ronde

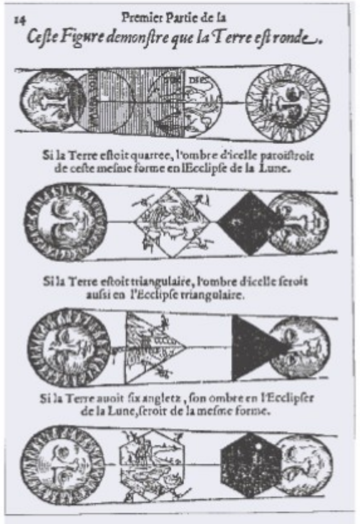
Voici un texte d'après Aristote, philosophe et savant grec (384-322 avant JC), dont la pensée a longtemps influencé les sciences.

Document 1.

« Dans les éclipses de Lune, la ligne qui limite l'ombre est toujours une ligne incurvée. Puisque l'éclipse est due à l'interposition de la Terre entre la Lune et le Soleil, c'est la forme de la surface de la Terre, sphérique, qui produit cette ligne courbe. De plus, la manière dont les astres nous apparaissent ne prouve pas seulement que la Terre est ronde, mais aussi que son étendue est assez petite.

En effectuant un déplacement minime vers le Sud ou vers le Nord, nous voyons se modifier le cercle d'horizon; les astres au-dessus de nous changent considérablement et ce ne sont pas les mêmes qui brillent dans le ciel quand on va vers le Nord et quand on va vers le Sud. Certains astres visibles en Égypte ou vers Chypre sont invisibles dans les régions septentrionales. Par ailleurs les astres qui, dans les régions septentrionales, sont visibles à tout instant, connaissent un coucher dans les pays cités plus haut. Tout cela ne montre pas seulement que la Terre est ronde, mais encore qu'elle a la forme d'une sphère de modeste dimension ; autrement, on n'apercevrait pas si vite les effets d'un déplacement si court. »

Du Ciel, II, 14, Éd. des Belles Lettres, 1965



Le dessin ci-dessus, qui illustre la démonstration d'Aristote, est extrait de la Cosmographie de Petrus Apianus (1581).

1- Extraire du texte deux observations qui permettent à Aristote d'affirmer que la Terre est ronde.

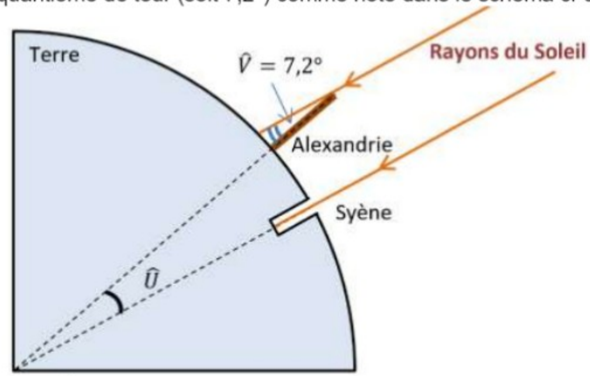
2- Donner un autre argument qui permet aujourd'hui de dire que la Terre n'est pas plate.

3- Citer un objet, autre que la sphère, susceptible de projeter une ombre circulaire.

Partie B. Mesure de la circonférence de la Terre

Document 2.

Ératosthène (276 - 194 av JC) est célèbre pour sa méthode de mesure de la circonférence de la Terre. Il était connu qu'à Syène (Assouan aujourd'hui), le 21 juin à midi, on pouvait voir l'image du Soleil se refléter au fond d'un puits. Cela signifie que le Soleil est exactement à la verticale du puits le jour du solstice d'été, c'est-à-dire que Syène est sur le tropique du Cancer. Mais le même jour, à la même heure, dans la ville d'Alexandrie située plus au Nord on constate que les rayons du soleil n'atteignent pas le fond des puits. On mesure que les rayons du Soleil font, avec la verticale, un angle d'un cinquantième de tour (soit 7,2°) comme noté dans le schéma ci-dessous.



Pour mener son calcul, Ératosthène s'appuie sur plusieurs hypothèses :
- la Terre est sphérique,
- Syène est sur le tropique du Cancer,
- Syène et Alexandrie sont sur le même méridien,
- il faut 50 jours à une caravane de chameaux (qui parcourait une distance quotidienne de 100 stades) pour relier Syène et Alexandrie.
- les rayons du Soleil arrivant sur la Terre sont parallèles entre eux.

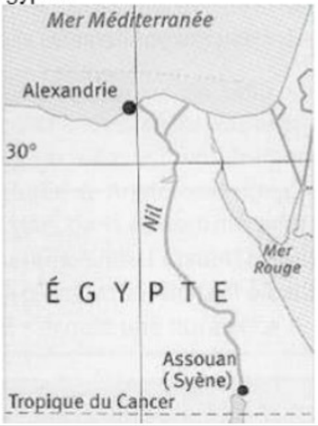
Précision : le stade utilisé par Ératosthène est une ancienne unité de longueur valant environ 157 m.

4- En tenant compte de ces hypothèses, déterminer la mesure de l'angle $\hat{U}$ au centre de la Terre. Justifier.

5-a- Déterminer la distance en kilomètres entre Syène et Alexandrie.

5-b- En refaisant les calculs d'Ératosthène, vérifier que son estimation de la circonférence de la Terre est proche de la véritable circonférence de 40 000 km.

Document 3. Carte actuelle de l'Égypte.



6- En vous aidant de la carte du document 3, quelles hypothèses d'Ératosthène peuvent pourtant être remises en question ?

Exercice 2 corrigé disponible

Les Grecs de l'Antiquité attribuaient déjà à la Terre une forme sphérique et Ératosthène (276-194 av JC) fut le premier à en calculer la circonférence. Dans tout ce qui suit, la Terre est assimilée à une sphère de rayon 6371 km.

Partie 1. Repérage sur la sphère terrestre

Afin de se repérer à la surface de la sphère terrestre, on utilise des coordonnées géographiques (longitude, latitude).

Ville	Pays	Longitude	Latitude
Libreville	Gabon	9° Est	0°
Quito	Équateur	79° Ouest	0°
Toronto	Canada	79° Ouest	44° Nord
Toulouse	France	1° Est	44° Nord

Questions :

1- Calculer la longueur d'un méridien terrestre.

2- À partir des informations du tableau ci-dessus
2-a- Indiquer les villes qui sont situées sur un même méridien.
2-b- Indiquer les villes qui sont situées sur un même parallèle.

3- On note O le centre de la Terre et T, Q et T' les villes Toronto, Quito et Toulouse. On note I le centre du parallèle passant par Toronto et Toulouse. Sur le schéma ci-dessous (figure 1a) représentant la sphère terrestre, on a placé les points O, I, Q, T et T'.

Document 1 : **Représentations graphiques permettant un repérage spatial sur la sphère**

Figure 1a. Sphère terrestre

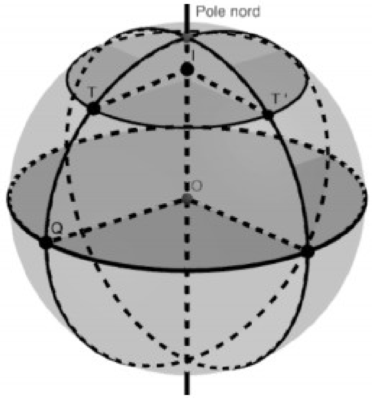
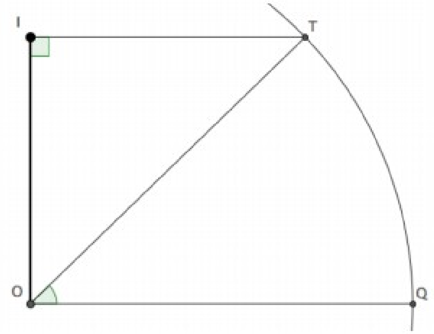


Figure 1b. Plan contenant l'axe des pôles et le point T



3-a- Donner la mesure, en degré, des angles QOT et TIT'.
3-b- Calculer la longueur de la portion de méridien reliant Quito à Toronto.

4- À l'aide de la figure 1b :

4-a- Préciser la longueur OT puis calculer la longueur IT.
4-b- En déduire la longueur du parallèle passant par Toulouse et Toronto.
4-c- Justifier, par un calcul, que la longueur de la portion de parallèle reliant Toulouse à Toronto est environ égale à 6399 km.

5- Un système d'information géographique (SIG) donne les informations suivantes :

- Distance Quito - Toronto : 4891 km
- Distance Toulouse - Toronto : 6230 km.
- Pour un système d'information géographique, la distance entre deux points du globe est le plus court chemin qui les relie à la surface de la Terre.

Expliquer pourquoi les longueurs données par le SIG et celles calculées dans les questions 3 et 4 sont, dans un cas, très proches alors que, dans l'autre, elles ne le sont pas.

Exercice 3 corrigé disponible

Mesure du méridien terrestre

Eratosthène de Cyrène est un astronome, géographe, philosophe et mathématicien grec du IIIe siècle av. J.-C. (né à Cyrène, v. -276 et mort à Alexandrie, Egypte, v. -194). Eratosthène fut nommé à la tête de la bibliothèque d'Alexandrie vers -245 à la demande de Ptolémée III, pharaon d'Egypte, et fut précepteur de son fils Ptolémée IV.
Il est célèbre pour avoir établi la première méthode connue de mesure de la circonférence de la Terre.

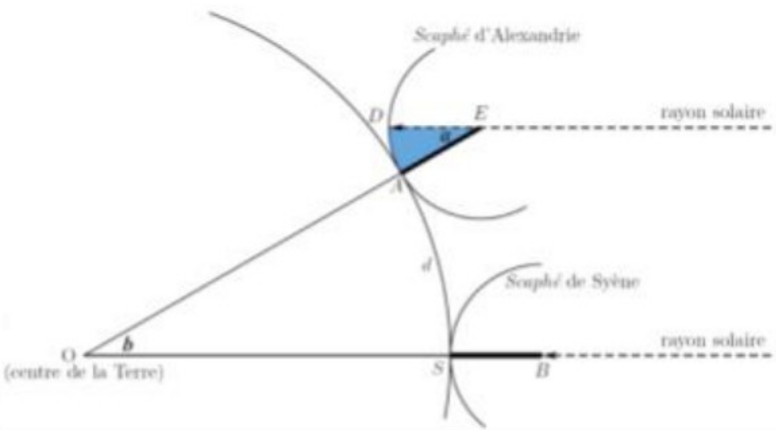
Document 1 : données

- Le 21 juin, à midi, à Syène (Assouan), on voit le fond des puits.
- Le 21 juin, à midi, à Alexandrie, on mesure la longueur de l'ombre d'un *gnomon** de 1 mètre. Celle-ci vaut 0,126 mètre.

*(*un gnomon est un instrument astronomique qui visualise par son ombre les déplacements du Soleil. Sa forme la plus simple est un bâton planté verticalement dans le sol.)*

- La distance entre Alexandrie et Syène est estimée à 5000 stades.
- Un stade est une unité de longueur correspondant à la longueur du stade d'Olympie, soit environ 157,5 mètres.
- Alexandrie et Syène sont supposées être sur un même méridien.
- Le soleil étant lointain, on suppose que les rayons qu'il émet sont parallèles.

Document 2 : Calcul de la circonférence de la Terre par la méthode dite d'Ératosthène



1- Proposer un schéma représentant le gnomon, son ombre et les rayons du soleil avec les longueurs données dans le document 1 (*il n'est pas demandé que le schéma soit à l'échelle*).

2- Calculer la tangente de l'angle a formé par le gnomon et le rayon de soleil, et démontrer que cet angle mesure environ 7,2 °. On rappelle que dans un triangle rectangle, la tangente d'un angle est égale au rapport du côté opposé sur le côté adjacent.

3- À l'aide d'un scaphé (instrument de mesure ancien, sorte de cadran solaire), Ératosthène a trouvé que l'angle a correspondait à un cinquantième de tour. Comparer avec le résultat de la question précédente.

4- Préciser la distance qui mesure 5000 stades sur la représentation de la Terre du document 2.

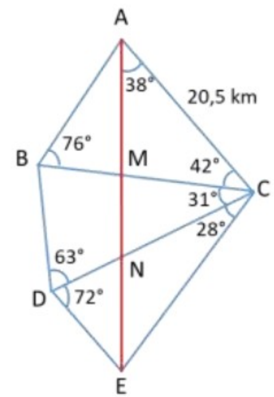
5- Justifier que les angles a et b du document 2 ont la même mesure.
En déduire la circonférence de la Terre d'abord en stade, puis en kilomètre.

6- Grâce à des mesures par satellites, on estime aujourd'hui la circonférence de la Terre à 40 075 km. Proposer au moins une source d'erreur possible pour la valeur estimée par Eratosthène.

Exercice 4

I Méthode de triangulation

On souhaite mesurer une portion de méridien terrestre [A E]. On utilise pour cela 3 triangles dont on mesure certains angles (voir figure ci-dessous) et on mesure la distance AC = 20,5 km.



a) Déterminer l'angle $\widehat{AMC}$ et calculer les distances AM et MC
b) Déterminer l'angle $\widehat{CMN}$ et l'angle $\widehat{MNC}$
c) Calculer les distances MN et NC
d) Calculer la distance NE
e) En déduire la distance AE

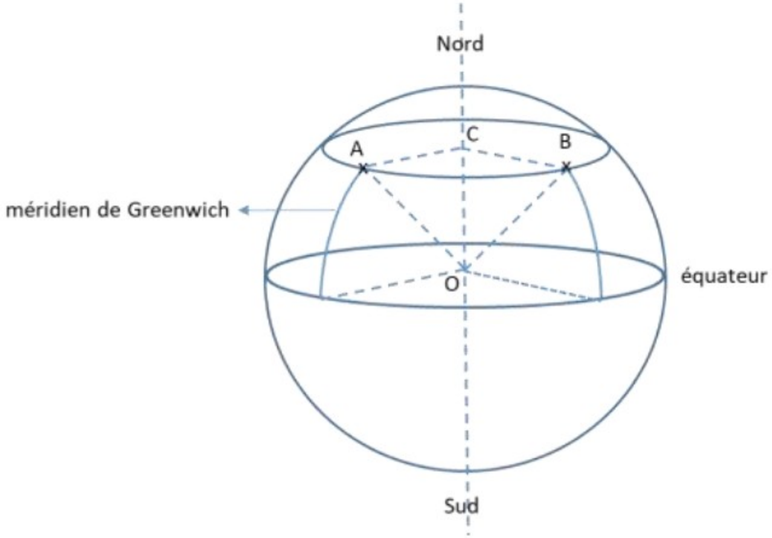
Note : On gardera pour les résultats intermédiaires une précision de 0,01 km et pour le résultat final de 0,1 km.

II Distances à la surface de la Terre

Ci-dessous figure un plan de Londres par districts. Le district de Greenwich porte le numéro 22. Il est à l'origine d'un méridien géographique servant de référence pour repérer la longitude d'un lieu quelconque sur Terre

Doc1 : Division de Londres en districts

On considère deux lieux situés sur un même parallèle. Un lieu nommé A situé dans le district de Greenwich et de coordonnées géographiques (longitude : 0° 00′ 00′′ , latitude : $\alpha = 51°\ 28'\ 44''$ Nord) et un lieu nommé B situé à la même latitude et à la longitude $\beta =$ 100° 27′ 32 Est ′′.



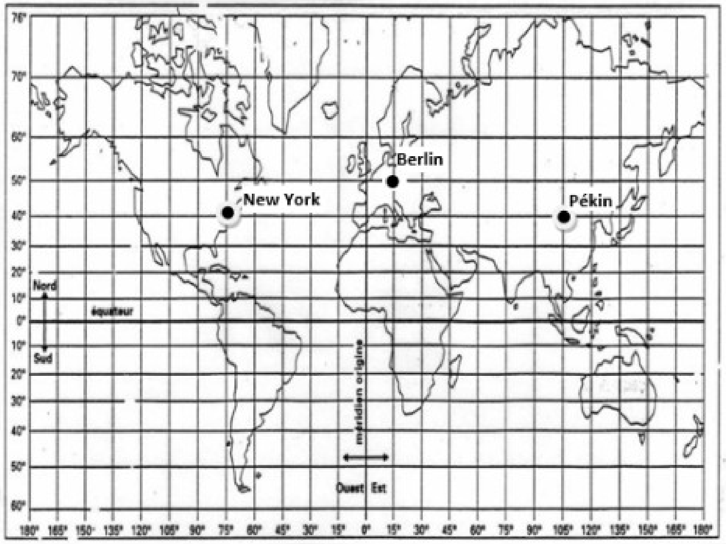
1) Expliquer pourquoi la ville de Londres est indiquée dans Wikipédia avec des coordonnées géographiques : longitude = 0° 07′ 39′′ Ouest, latitude = 51° 30′ 26′′ Nord, différentes de celles du district de Greenwich.
2) Représenter les angles α et β sur la figure ci-dessus
3) Déterminer le rayon AC du cercle parallèle de latitude α (on donne pour le rayon de la Terre : R = 6371 km) en donnant d'abord une formule littérale puis une valeur numérique.
4) En déduire la distance à parcourir pour relier A à B en suivant ce parallèle
5) Quel serait le plus court chemin pour relier A à B tout en restant à la surface de la Terre. Faire apparaitre ce chemin sur la figure sous forme d'un arc reliant A à B.
6) Un hélicoptère décolle du point A et prend un cap à l'Ouest. Il vole pendant 4 heures à la vitesse de 250 km/h et atterrit en un point D.
   a) Déterminer la distance qu'il a parcourue
   b) Déterminer le périmètre du cercle parallèle passant par A et porter sur la figure ci-dessus le point D
   c) Déterminer les coordonnées géographiques (longitude, latitude) du point D avec une précision d'une minute d'arc.

Exercice 5

Les constructeurs d'avions ayant fait de grandes améliorations en matière de sécurité sur leurs biréacteurs, les autorités américaines de l'aviation civile ont revu fin décembre 2011 la réglementation sur ces avions, en les autorisant à voler au-dessus du Pôle Nord.
Ce sujet étudie les durées de vol sur le trajet New York-Pékin en fonction de deux trajectoires possibles : soit le long du 40^e parallèle, soit en passant par le Pôle Nord.

Document 1 : deux planisphères – deux représentations de la Terre

Figure 1a – Représentation de la Terre en projection cylindrique



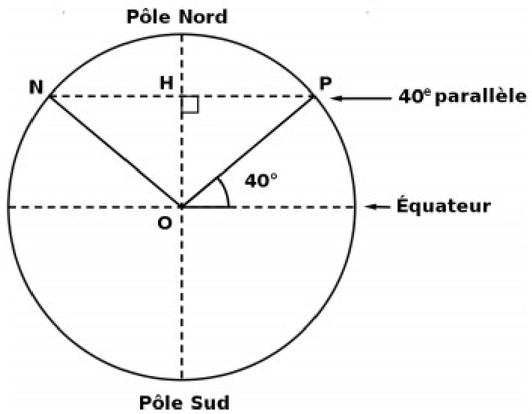
Document 2 : représentation de la Terre pour l'étude du trajet en passant par le Pôle Nord

N : New York

P : Pékin

O : centre de la Terre

H : centre du cercle formé par le 40e parallèle



Calcul du rayon de la Terre

1- On admet que la longueur du méridien terrestre est égale à 40 000 km. En déduire le rayon de la sphère terrestre.

Trajet New York – Pékin en suivant le 40e parallèle

Jusqu'au début des années 2010, la liaison aérienne New York – Pékin à bord d'avions biréacteurs suivait une route relativement proche de la ligne du 40e parallèle.

2- Tracer, sur le schéma du document-réponse situé en Annexe, un des deux arcs de parallèle qui relie New York à Pékin.

3- D'après le document 1, figure 1a, indiquer les coordonnées terrestres (latitude, longitude) de chacune des villes de New York et de Pékin. Il est attendu des coordonnées entières.

4- En utilisant les coordonnées de New York et de Pékin, montrer que chacun des arcs de parallèle reliant New-York à Pékin est un demi-cercle.

5- Parmi les quatre propositions ci-dessous, une seule représente la distance New York – Pékin le long du 40e parallèle :

Proposition A	Proposition B	Proposition C	Proposition D
1 200 km	15 300 km	20 000 km	40 000 km

Éliminer les trois propositions fausses pour trouver la distance New York – Pékin le long du 40e parallèle. Justifier. On pourra utiliser l'égalité cos(40°)=0,766.

Trajet New York – Pékin en passant par le Pôle Nord

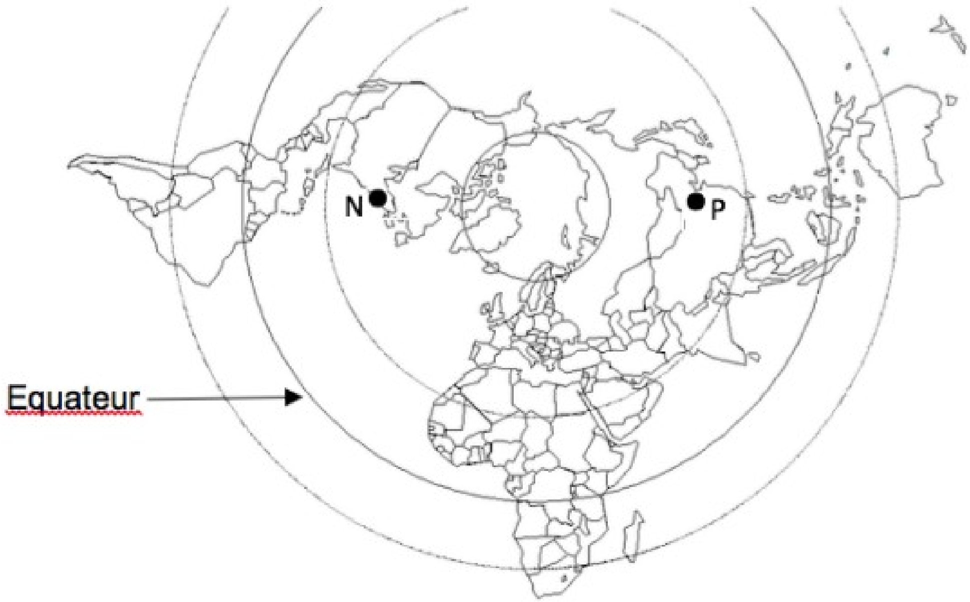
Depuis décembre 2011, les avions biréacteurs peuvent survoler le pôle Nord.

6- Tracer (d'une autre couleur que celle utilisée en question 2) sur le schéma du document-réponse situé en Annexe, la route que les avions biréacteurs sont autorisés à emprunter entre New York et Pékin en passant par le Pôle Nord.

7- Montrer que la distance New York – Pékin par la route polaire mesure environ 11 100 km.

8- D'un point de vue environnemental, indiquer un avantage lié à la route aérienne passant par le Pôle Nord par rapport à la route suivant le 40e parallèle.

Exercice : New-York Pékin en avion – Questions 2 et 6



Exercice 6

Document 3. La triangulation

En 1792, sur décision de l'Académie des Sciences, deux scientifiques, Pierre Delambre et Jean-Baptiste Méchain sont chargés de déterminer la longueur de la portion du méridien terrestre situé entre Dunkerque et Barcelone.

Pour y parvenir, ils déterminent avec une très grande précision la distance au sol séparant deux villes (notées A et B dans les figures ci-dessous).

Puis, partant de cette mesure appelée « base », ils forment une chaîne de triangles encadrant la portion du méridien (représenté sur le dessin par le segment [AF]) dont ils souhaitent calculer la longueur.

Figure 3a : exemple de chaines de triangles encadrant la portion de méridien [AF]

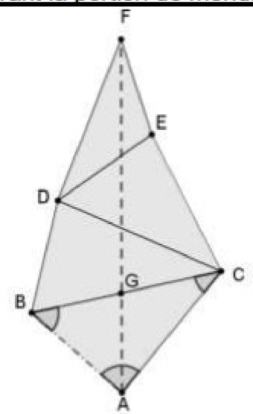
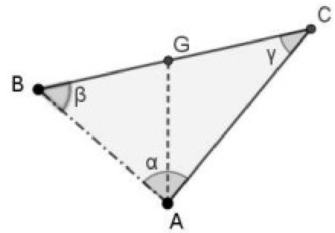


Figure 3b : extrait de la chaine de triangles



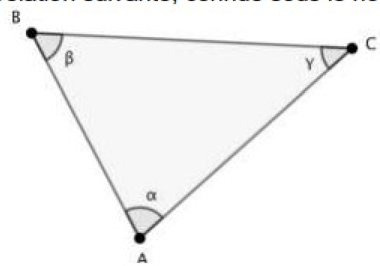
$\alpha = 88,03°$

$\beta = 53,70°$

Donnée : la loi des sinus

Donnée : la loi des sinus

Dans un triangle ABC quelconque, les angles et les longueurs des côtés sont liés par la relation suivante, connue sous le nom de loi des sinus :



$$\frac{AB}{\sin \gamma} = \frac{BC}{\sin \alpha} = \frac{AC}{\sin \beta}$$

4- Faire un schéma légendé du globe terrestre en faisant apparaitre un méridien et un parallèle.

5- Répondre aux questions suivantes en utilisant la figure 3b du document 3 :

5-a- Montrer que l'angle γ mesure 38,27°.
5-b- La longueur AB est égale à 7 km. Utiliser la méthode de triangulation pour montrer que la longueur AC est égale à 9,1 km.
5-c- Une autre série de mesures montre que l'angle $\widehat{CAG}$ mesure 39,26°. Déduire des valeurs précédentes la longueur du segment [AG], qui est une portion de méridien.

6- Aujourd'hui, des mesures par satellites montrent que la longueur du méridien terrestre est égale à 40 000 km. En déduire la longueur du rayon de la Terre.