Applications de la dérivation – Exercices - Devoirs

Exercice 1 **corrigé disponible**

On considère la fonction f définie sur ℝ par : $f(x)=\frac{1}{3}x^3-x^2-3x+2$

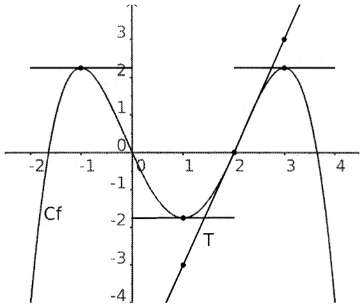
On désigne par C_f sa courbe représentative dans une repère orthonormé .

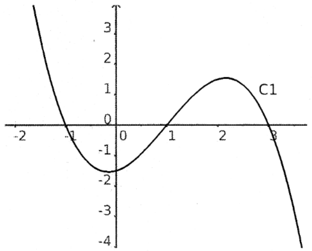
1. Etudier les variations de f.
2. Déterminer une équation de la droite (T) tangente à C_f au point d'abscisse 1.
3. Construire la courbe C_f et la droite (T).

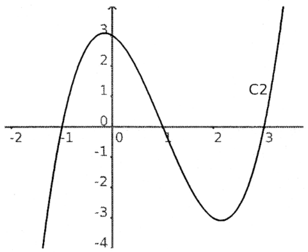
Exercice 2 **corrigé disponible**

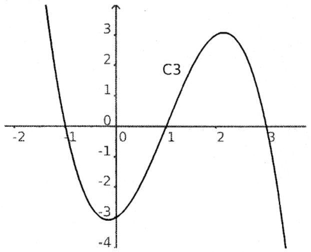
On a représenté ci-contre la courbe représentative d'une fonction f définie et dérivable sur ℝ.

1. Déterminer le signe de $f'(x)$.
2. Déterminer graphiquement $f'(-1)$, $f'(1)$, $f'(2)$ et $f'(3)$.
3. Donner une équation de la droite T tangente à la courbe C_f au point d'abscisse 2.
4. Parmi les trois courbes ci-dessous C_1, C_2 et C_3, quelle est la courbe associée à la fonction f' ?









Exercice 3 **corrigé disponible**

Soit la fonction f définie sur [0 ; +∞ [par f(x) = $\frac{2x}{x^2+9}$

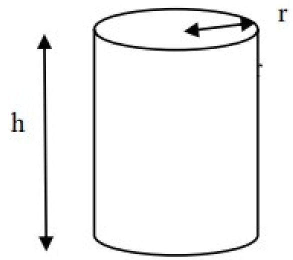
1) Montrer que pour tout x ≥ 0, f ' (x) = $\frac{2(3+x)(3-x)}{(x^2+9)^2}$

2) En déduire l'étude des variations de f

Exercice 4 **corrigé disponible**

On considère une boîte de conserve de forme cylindrique. Un volume V=10dm3 étant donné, on souhaite minimiser la quantité de métal utilisé pour fabriquer cette boîte.

On note r : le rayon de la base et h : la hauteur



1) Démontrer que la surface de métal utilisé est donnée par $S(r) = 2\pi r^2 + \frac{20}{r}$

2) a) Donner l'ensemble de définition de S
b) Etudier les variations de S sur ce domaine

3) En déduire les dimensions de la boîte répondant au problème posé.

Exercice 5 corrigé disponible

Déterminer l'ensemble de définition de f puis étudier ses variations.

1) $f(x) = 2x + 1 - \frac{2}{x - 3}$

2) $f(x) = \frac{2x^2 + 8x + 2}{x^2 + 2x + 1}$

3) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2x - 3}}$

Exercice 6 corrigé disponible

Dans le Périgord, un producteur de truffes noires cultive. ramasse et conditionne de 0 à 45 kilogramme de ce produit par semaine durant la période de production de la truffe.

On désigne par x le nombre de kilogrammes de truffes traités chaque semaine et par $C(x)$ le coût total pour la production de x truffes.

Pour ce producteur $C(x) = x^3 - 60x^2 + 975x$.

Chaque kilogramme de truffes conditionné est vendu 450€.

La recette pour la vente de x kg est donnée par $R(x) = 450x$.

Le bénéfice positif ou négatif réalisé par le producteur pour la production et la vente de x kg de truffes est défini par $B(x) = R(x) - C(x)$.

1. Exprimer le bénéfice $B(x)$ réalisé par le producteur pour x kg de truffes vendues.
2. Etudier le sens de variation de la fonction B.
3. Pour quelle quantité de truffes le bénéfice du producteur est-il maximal ?
4. Quel est alors le bénéfice maximal ?

Exercice 7

Un industriel doit fabriquer une boite fermée de volume 1ℓ, soit 1dm^3, ayant la forme d'un pavé de hauteur h dont la base est un carré de côté. L'unité de longueur est le dm^3.

1) Justifier que $h = \frac{1}{x^2}$

2) En déduire que l'aire totale des faces du pavé est $S(x) = 2x^2 + \frac{4}{x}$

3) Montrer que pour > 0, on a $S'(x) = \frac{4(x-1)\cdot(x^2+x+1)}{x^2}$

4) En déduire les variations de $S(x)$

5) Donner les dimensions de la boîte d'aire minimale.

Exercice 8

On considère la fonction définie sur $[-10;10]$ par $f(x) = x^3 - 12x$.

1) Calculer $f'(x)$ et dresser le tableau de variations de $f(x)$

2) Donner un encadrement de $f(x)$ pour $x \in [-5;2]$

3) On considère un réel m. Donner, suivant les valeurs de m, le nombre de solutions de l'équation $f(x) = m$

Exercice 9

On considère la fonction $f(x) = \frac{5+x}{1+x}$

1. Donner le domaine de définition et de dérivabilité de f
2. Calculer $f'(x)$ et dresser le tableau de variations de $f(x)$
3. L'équation $f(x) = 1$admet-elle une solution pour $x \in [0;9]$