Dérivation – Exercices – Devoirs

Exercice 1 **corrigé disponible**

Dans chacun des cas suivants, montrer que la fonction est dérivable en utilisant la définition du nombre dérivé et calculer sa valeur au point a.

1. $f(x)=-4x+3$; a=3
2. $f(x)=x^2-5x+3$; a=5
3. $f(x)=x^3+1$; a=1
4. $f(x)=\dfrac{1}{x}$; a=-1
5. $f(x)=\dfrac{1}{1-x}$; a=3

Exercice 2 **corrigé disponible**

Soit f la fonction définie par : $f(x)=\dfrac{1}{x^2}$

On pose : $t(h)=\dfrac{f(1+h)-f(1)}{h}$

Montrer que l'on a : $t(h)=\dfrac{-2-h}{(1+h)^2}$

Montrer que f est dérivable au point 1 et préciser son nombre dérivé.

Exercice 3 **corrigé disponible**

1. Montrer que les fonctions suivantes sont dérivables en utilisant la définition du nombre dérivé. Donner la valeur du nombre dérivé en a :

a. $f(x)=\sqrt{x}+1$; a =1

b. $f(x)=\dfrac{1}{3x}$; a=3

2. Montrer que les fonctions suivantes sont dérivables ; donner leur dérivée.

a. $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{x}}$

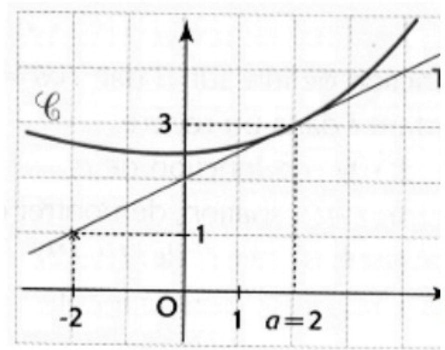
b. $f(x)=\dfrac{x}{3x+1}$

Exercice 4 **corrigé disponible**

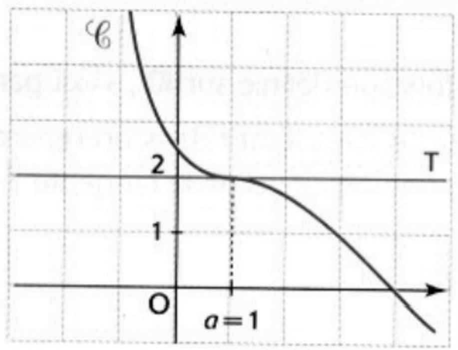
(C) représente une fonction dérivable sur ℝ et la droite T est tangente à (C) au point d'abscisse a.

Dans chaque cas détermine f'(a) et donne une équation de la tangente T.

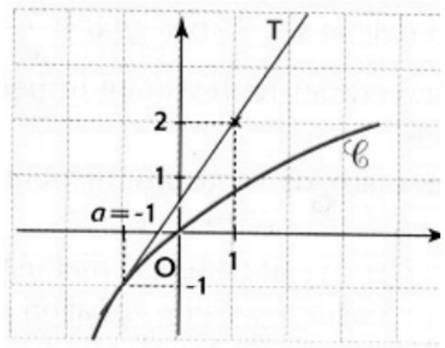
①



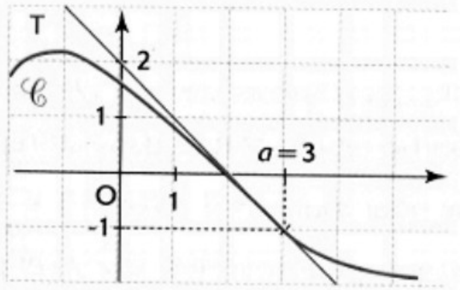
②



③



④

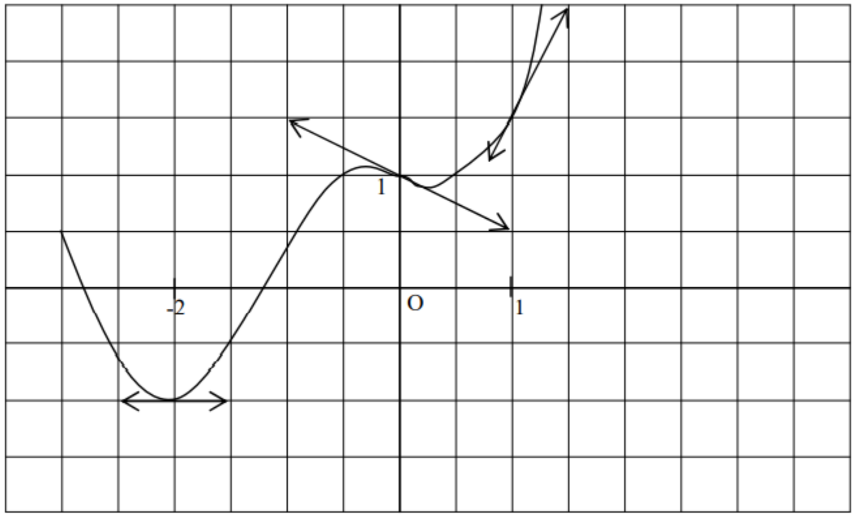


Exercice 5 **corrigé disponible**

La courbe représentative d'une fonction f est donnée ci-après. En chacun des points indiqués, la courbe admet une tangente qui est tracée.
En vous servant du quadrillage, compléter les égalités suivantes :

$f(0) =$ $\quad f(-2) =$ $\quad f(1) =$

$f'(0) =$ $\quad f'(-2) =$ $\quad f'(1) =$



Exercice 6 **corrigé disponible**

Pour chacune des cas, déterminer le domaine de définition, de dérivabilité et l'expression de la fonction dérivée :

1. $f(x) = -x^2 + 3x - 1$
2. $f(x) = \sqrt{x-3}$
3. $f(x) = \dfrac{x-5}{1-x}$
4. $f(x) = |x+2|$

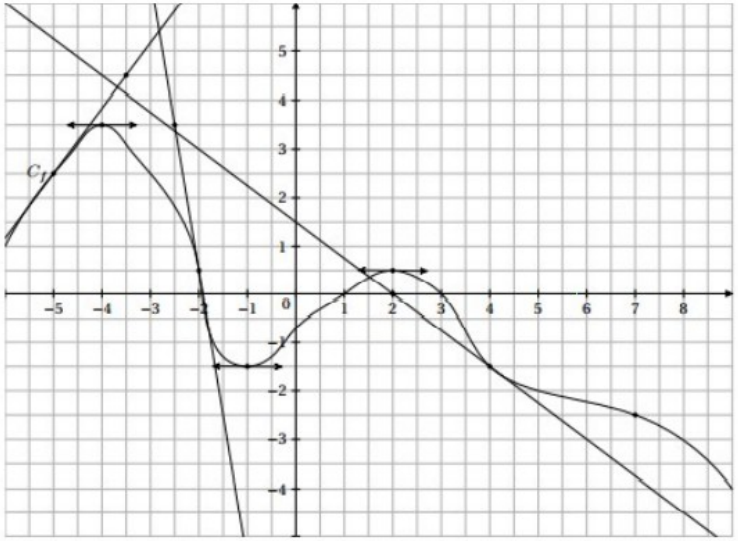
Exercice 7 **corrigé disponible**

Soit f une fonction définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ et soit $\mathscr{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère.
On sait que les points $A(-2;1)$, $B(0;3)$ et $C(3;-1)$ appartiennent à $\mathscr{C}_f$.
On sait de plus que : $f'(-2) = \frac{3}{2}$, $f'(0) = 0$ et $f'(3) = -2$.

Dessiner une courbe $\mathscr{C}_f$ vérifiant toutes ces conditions.

Exercice 8 **corrigé disponible**

Voici la courbe représentative C_f d'une fonction f définie sur $\mathbb{R}$.



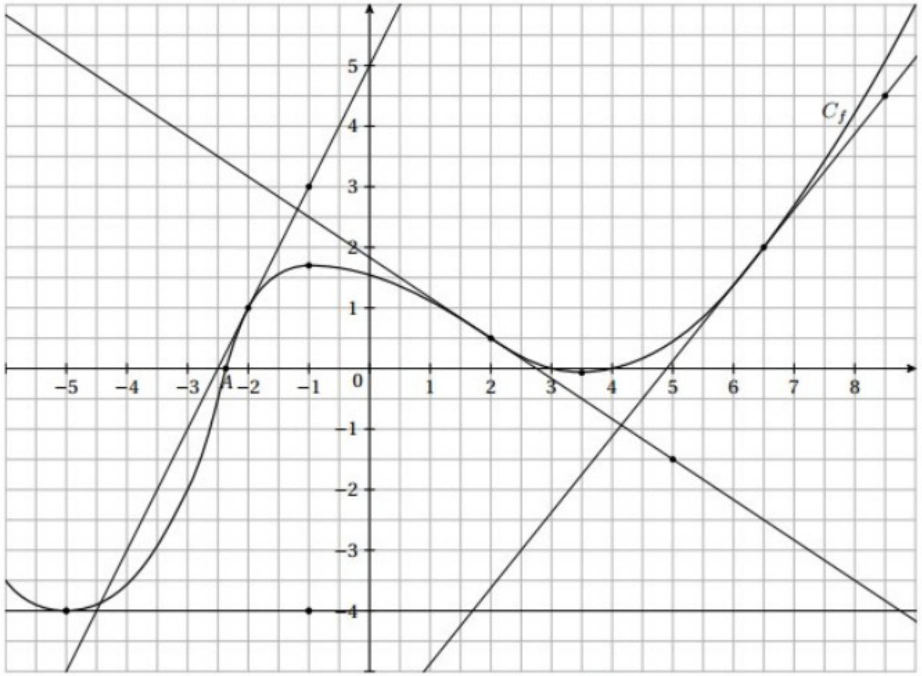
1. D'après le graphique, donner la valeur : $f'(-5)$, $f'(-4)$, $f'(-2)$ et $f'(4)$.
2. Déterminer l'équation de la tangente à C_f au point d'abscisse 4 et celle au point d'abscisse -2.

Exercice 9 **corrigé disponible**

La fonction f est définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3$.
Démontrer, à l'aide du taux d'accroissement, que $f'(x) = 3x^2$ pour tout réel x.
aide : $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

Exercice 10 **corrigé disponible**

Voici la courbe représentative C_f d'une fonction f définie sur $[-6; 9]$ avec quatre de ses tangentes.
Le point A de coordonnées $(-2,4; 0)$, appartient à la courbe C_f



1. D'après le graphique, donner la valeur de $f(-2)$, puis les valeurs de $f'(-5)$, $f'(2)$ et $f'(6,5)$.
2. Déterminer l'équation de la tangente à C_f au point d'abscisse 6, 5.

Exercice 11 **corrigé disponible**

Pour chacune des fonctions suivantes, écrire son domaine de définition et son domaine de dérivabilité, en justifiant, puis déterminer sa fonction dérivée. Simplifier les expressions obtenues.

1. $f_1(x) = 4x^3 - 5x^2 + 3x - 1$
2. $f_2(x) = \dfrac{3}{x^3} - \dfrac{1}{x}$
3. $f_3(x) = \dfrac{-4x+1}{3x-5}$
4. $f_4(x) = 4x - 1 + \dfrac{1}{4-x}$
5. $f_5(x) = \dfrac{x^2-4x+8}{2x-5}$
6. $f_6(x) = \sqrt{x}(2x+1)$

Exercice 12 **corrigé disponible**

1. La fonction f est définie et dérivable sur $\mathbb{R}*$ par $f(x) = \dfrac{3x^2}{2} + 3x - 1 + \dfrac{1}{x^2}$.
   Calculer $f'(x)$ *(simplifier l'expression obtenue)*
2. La fonction g est définie par $g(x) = (2x+1)\sqrt{x}$
   (a) Déterminer l'ensemble de définition D_g de g.
   (b) Justifier que g est dérivable sur $]0; +\infty[$, et calculer $g'(x)$
   (écrire la réponse sous la forme d'une écriture fractionnaire).
3. La fonction h est définie sur $D_h = \mathbb{R} \setminus \left\{\dfrac{3}{5}\right\}$ par $h(x) = \dfrac{4x-1}{3-5x}$.
   (a) Justifier que h est dérivable sur D_h.
   (b) Calculer $h'(x)$.

Exercice 13 **corrigé disponible**

Dériver les fonctions définies ci-dessous :

1. $f(x) = 4x^2 - 3x + 1$
2. $f(x) = (2x+3)\cdot(3x-7)$
3. $f(x) = \dfrac{2x+4}{3x-1}$
4. $f(x) = \dfrac{\sqrt{x}}{1-x}$

Exercice 14 **corrigé disponible**

Dériver les fonctions définies ci-dessous :

$f(x) = x^2$

$g(x) = 3x^4 - 2x^3 + 5x - 4$

$h(x) = \sqrt{x}\left(1 - \dfrac{1}{x}\right)$

$k(x) = \dfrac{x+5}{x^2+1}$

Exercice 15 **corrigé disponible**

Soit la fonction f définie par : $f(x)=\dfrac{x^2-1}{2x-1}$. On notera C_f sa courbe représentative.

1. Donnez le domaine de définition de f (noté D_f) et son ensemble de dérivabilité.
2. Calculez la dérivée de f.
3. Déterminez l'équation de la tangente T à C_f au point d'abscisse 3.
4. Déterminer les abscisses pour lesquelles la tangente à C_f est parallèle à la droite d'équation y= x+1

Exercice 16 **corrigé disponible**

Calculer les dérivées des fonctions suivantes.
On effectuera les calculs au brouillon.
Donner l'expression de la dérivée sous la forme précisée à chaque fois.

1°) $f(x)=x\sqrt{3}-1$

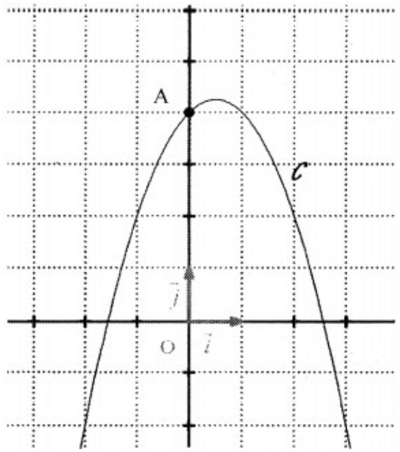
2°) $f(x)=(2x-3)(x^2+4x-1)$

3°) $f(x)=\dfrac{2x+5}{x^2+x+3}$

4°) $f(x)=\dfrac{5}{3x^2+1}$

Exercice 17 **corrigé disponible**

On considère la fonction $f : x \mapsto -x^2+x+4$. On note $\mathcal{C}$ sa courbe représentative dans un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$.



1°) Calculer $f'(x)$.

$\forall x \in \mathbb{R}$ $f'(x) =$ .... (écrire une seule expression)

2°) On note T la tangente à $\mathcal{C}$ au point A d'abscisse 0.

Compléter la phrase :

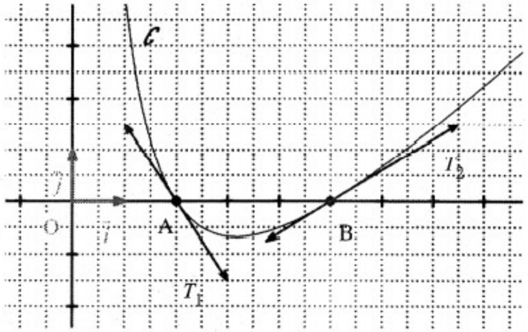
Le coefficient directeur de T est égal à : .... (écrire une seule valeur).

Tracer T sur le graphique ci-dessus (au stylo ou au crayon) sous la forme d'une double flèche.

Exercice 18 corrigé disponible

On considère la fonction $f : x \mapsto x - 7 + \frac{10}{x}$ définie sur $\mathbb{R}^*$ et l'on note $\mathcal{C}$ sa courbe représentative dans un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$. On donne sur le graphique ci-dessous la partie de la courbe $\mathcal{C}$ sur l'intervalle $]0 ; +\infty[$.

Les points A et B ont pour coordonnées respectives $(2 ; 0)$ et $(5 ; 0)$; T_1 et T_2 sont les tangentes à $\mathcal{C}$ en A et B.



1°) Lire graphiquement les coefficients directeurs de T_1 et T_2.

Le coefficient directeur de T_1 est égal à : ....

Le coefficient directeur de T_2 est égal à : ....

2°) Calculer $f'(x)$.

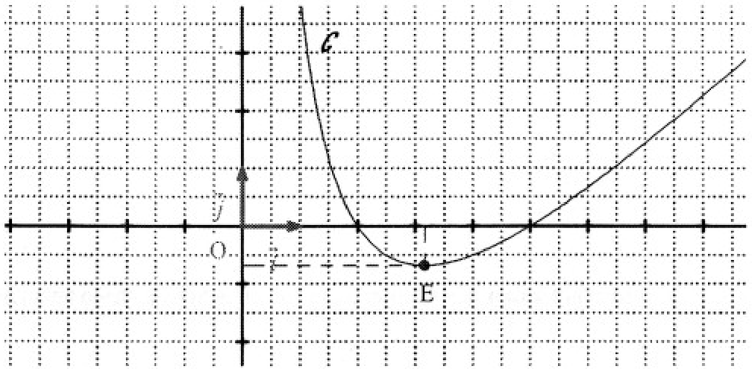
$\forall x \in \mathbb{R}^*$ $f'(x) =$ .... (écrire une seule expression)

3°) Grâce à la question 2°), retrouver par le calcul les résultats de la question 1°).

4°) Déterminer les équations réduites de T_1 et T_2.

T_1 : .... T_2 : ....

5°) La tangente à $\mathcal{C}$ au point E sur le graphique ci-dessous est horizontale.



Déterminer les coordonnées de E (valeurs exactes sous la forme la plus simple possible).

E(................ ; ....)

Exercice 19 corrigé disponible

Pour les fonctions suivantes :

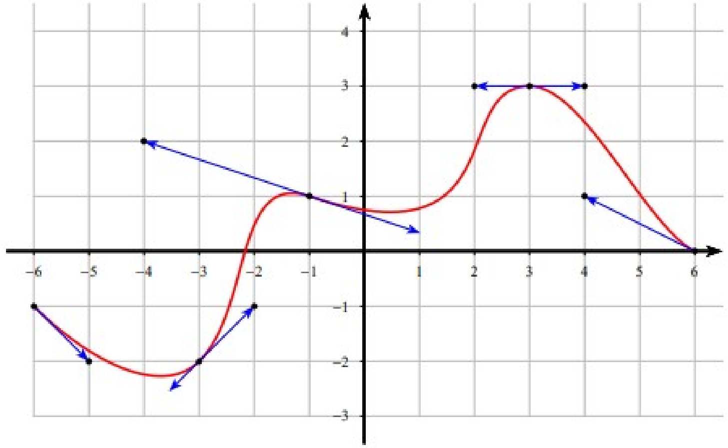
- déterminer l'ensemble de définition
- déterminer la fonction dérivée
- réduire au même dénominateur lorsque cela est possible

1. $f(x) = -5x^8 - 9x^3 + x - 2$
2. $f(x) = \frac{-5}{x^5}$
3. $f(x) = \frac{4}{1-3x}$
4. $f(x) = \frac{2x^2 - x + 1}{-x^2 + x + 2}$

Exercice 20 corrigé disponible

1) À l'aide de la représentation graphique ci-dessous d'une fonction f, recopier et compléter le tableau ci-contre :

x	-6	-3	-1	3	6
$f(x)$					
$f'(x)$					



2) Sans utiliser la calculatrice, donner une approximation affine du nombre $\sqrt{9,12}$
On donnera la formule utilisée.

Exercice 21 corrigé disponible

Déterminer la fonction dérivée des fonction f suivantes

1) $f(x) = 5x^3 - 2x^2 + 3x - 5$

2) $f(x) = \dfrac{-3x}{x^2+1}$

3) $f(x) = 4x + 3 + \dfrac{9}{x-2}$

4) $f(x) = x\sqrt{x+3}$

Exercice 22 corrigé disponible

Soit une fonction f définie sur $\mathbb{R}$.

1) Donner la définition analytique du nombre dérivé de f en 1.

2) On donne $f(x) = 5x^2 - 6x + 2$.

a) Déterminer l'équation de la tangente à $\mathscr{C}_f$ en 1.

b) Peut-on trouver une tangente à $\mathscr{C}_f$ parallèle à la droite d'équation $y = -2x + 5$?

Exercice 23 corrigé disponible

Déterminer la fonction dérivée des fonction f suivantes

1) $f(x) = -2x^3 + 3x^2 + 6x + 7$

2) $f(x) = -\dfrac{5}{x^2}$

3) $f(x) = \sqrt{4-x}$

4) $f(x) = \dfrac{9}{2x+1}$

5) $f(x) = \dfrac{x^2}{1-x}$

6) $f(x) = \dfrac{2x-1}{x^2+1}$

Exercice 24 corrigé disponible

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R} - \{3\}$ par : $f(x) = 4x + 1 - \dfrac{1}{3-x}$.

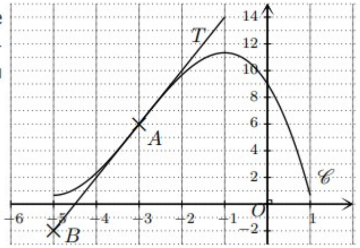
Calculer la dérivée de f

Exercice 25 corrigé disponible

2. On a représenté dans le repère orthogonal ci-contre la courbe représentative $\mathscr{C}$ d'une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[-5\ ;\ 1]$. La droite T est la tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point $A\,(-3\ ;\ 6)$ et passe par le point $B\,(-5\ ;\ -2)$.

   Alors $f'(-3)$ est :

   A : égal à 4 ; **B :** égal à 6 ; **C :** négatif.



3. Soit g la fonction définie et dérivable sur $]0\ ;\ +\infty[$ par $g(x) = \dfrac{1}{x} + 3\sqrt{x}$. L'expression de $g'(x)$ est :

   A : $\dfrac{-2+3x\sqrt{x}}{2x^2}$; **B :** $-\dfrac{1}{2x} + \dfrac{3}{2\sqrt{x}}$; **C :** $\dfrac{-2\sqrt{x}+3x^2}{x^2+2\sqrt{x}}$.

Exercice 26 corrigé disponible

1. $f(x) = (3x+1)^3$; $\mathrm{I} = \mathbb{R}$
2. $f(x) = (1-2x)^4$; $\mathrm{I} = \mathbb{R}$
3. $f(x) = \sqrt{2x+1}$; $\mathrm{I} = \left[\dfrac{-1}{2}\ ;+\infty\right[$
4. $f(x) = \sqrt{2-3x}$; $\mathrm{I} = \left]-\infty\ ;\dfrac{2}{3}\right]$

Exercice 27 corrigé disponible

Une entreprise fabrique des pièces automobiles. Elle peut en produire jusqu'à 1 000 par jour. Le coût de fabrication de ces pièces dépend du nombre de pièces fabriquées.

On modélise le coût total de fabrication par une fonction C telle que $C(x)$ représente le coût (en euro) de fabrication pour x pièces créées.

On suppose que $C(x) = 100\sqrt{x} + 500$

1. Calculer le coût marginal, arrondi au centime, pour la 201 ième pièce fabriquée.
2. Calculer le coût marginal, arrondi au centime, pour la 801 ième pièce fabriquée.

Exercice 28 corrigé disponible

On considère le plan muni d'un repère (O,I,J) et la fonction f, définie par $f(x) = 2x^2 - 5x + 4$.

Déterminer la valeur du nombre dérivé en -1 puis en 4.

Exercice 29 corrigé disponible

Pour chacune des affirmations suivantes, déterminer la (ou les) bonne(s) réponse(s). On écrira sur sa copie le numéro de la question et, à côté, la (ou les) lettre(s) correspondant à la (ou les) affirmation(s) exacte(s). Aucune justification n'est demandée.

1. On considère la fonction $f : x \mapsto 3x - 9$ définie sur $\mathbb{R}$.

- **a.** La fonction f est dérivable en 2.
- **b.** $f'(0) = -9$.
- **c.** $f(4) = f'(4)$

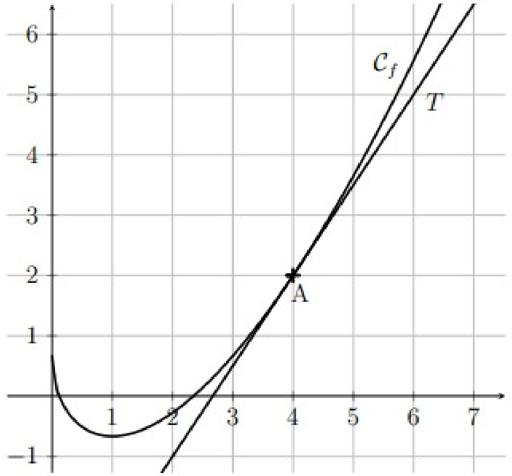
2. On considère une fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$. On note $\mathcal{C}_f$ la courbe représentative de la fonction f dans un repère. La tangente à $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse 2 est la droite T d'équation réduite $y = -3x + 5$.

- **a.** La courbe $\mathcal{C}_f$ passe par le point de coordonnées $(-3\,;5)$.
- **b.** $f'(2) = -3$.
- **c.** $f'(-3) = 2$.

3. On note g la fonction racine carrée et $\mathcal{C}_g$ la courbe de g dans un repère. On note, de plus, T la tangente à $\mathcal{C}_g$ au point d'abscisse 4.

- **a.** La fonction g est dérivable en 0.
- **b.** Pour tout réel $a > 0$, $g'(a) > 0$.
- **c.** L'équation réduite de T est $y = \frac{1}{4}x + 1$.

4. Sur le graphique ci-dessous, on a tracé la courbe $\mathcal{C}_f$ d'une fonction f ainsi que sa tangente T au point A d'abscisse 4.



a. L'équation réduite de T est $y = -x + 2$.

b. $f'(4) = \frac{2}{3}$

c. $f'(4) = \frac{3}{2}$.