Fonctions trigonométriques – Exercices - Devoirs

Exercice 1 corrigé disponible

Les fonctions suivantes sont-elles paires, impaires ou ni l'un ni l'autre ?

1. $f_1(x) = \sin(3x)$.
2. $f_2(x) = -2\cos(x)$.
3. $f_3(x) = 7x\sin(4x)$.
4. $f_4(x) = 3\cos(x) + 1$.

Exercice 2 corrigé disponible

Montrer que les fonctions suivantes sont 2π-périodiques.

1. $f_1(x) = \sin(x) + 1$.
2. $f_2(x) = -2\cos(x) + 1$.
3. $f_3(x) = \sin^2(x) + 1$.
4. $f_4(x) = \cos^2(x) + 2\sin(x) + 1$.

Exercice 3 corrigé disponible

Dériver les fonctions suivantes.

1. $f_1(x) = 3\cos(x) + 1$.
2. $f_2(x) = -2\sin(x) + x$.
3. $f_3(x) = -4\cos(5x+1) + x^2$.
4. $f_4(x) = \sin(x^2) + 1$.
5. $f_5(x) = \cos(2x) + \sin(2x)$.
6. $f_6(x) = \cos(x^3 + x) - \sin(x^2 + 1)$.

Exercice 4 corrigé disponible

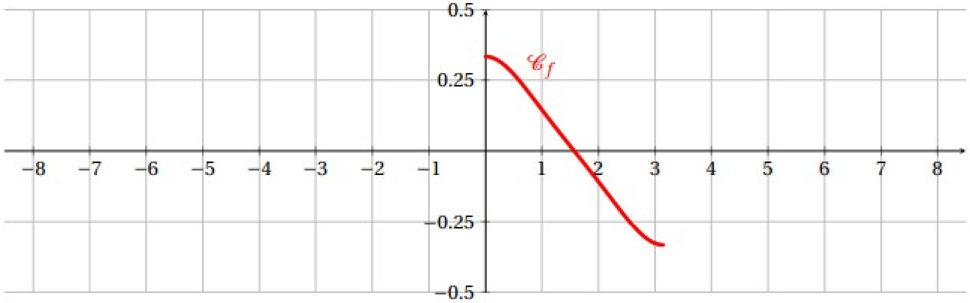
Dériver les fonctions suivantes, on précisera leurs domaines de définitions e de dérivabilité.

1. $f_1(x) = x\cos(x)$.
2. $f_2(x) = \dfrac{\sin(x)}{x}$.
3. $f_3(x) = \cos^2(x) + 2\cos(x) + 1$.
4. $f_4(x) = \sin^2(x) - 2\sin(x) + 1$.
5. $f_5(x) = \sin(x)\cos(x)$.
6. $f_6(x) = \dfrac{\sin(x)}{\cos(x)}$.
7. $f_7(x) = e^x\cos(x)$.
8. $f_8(x) = \sin(e^x)$.

Exercice 5 corrigé disponible

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \dfrac{\cos(x)}{3+\sin^2(x)}$.

1. Montrer que f est paire. Interpréter graphiquement.
2. Montrer que f est périodique de période 2π. Interpréter graphiquement.
3. En déduire le plus petit intervalle I possible pour étudier f.
4. Ci-dessous, on donne $\mathscr{C}_f$ la représentation graphique de f sur I. Compléter sa représentation graphique sur $\mathbb{R}$.



Exercice 6 corrigé disponible

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 3\cos\left(2x + \frac{\pi}{2}\right)$

1) Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a : $-3 \leq f(x) \leq 3$
2) Déterminer la parité de la fonction f
3) Montrer que pour tout $\in \mathbb{R}$, $f(x+\pi) = f(x)$. En déduire que f est périodique et préciser sa période.
4) Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) = -6\sin\left(2x + \frac{\pi}{2}\right)$
5) a) Montrer que si $-\frac{\pi}{4} \leq x \leq \frac{\pi}{4}$,$2x + \frac{\pi}{2} \in [0;\pi]$. En déduire le signe de f'sur $\left[-\frac{\pi}{4};\frac{\pi}{4}\right]$

   b) Etudier le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $\left[\frac{\pi}{4};\frac{3\pi}{4}\right]$

   c) Dresser le tableau de variations de f sur $\left[-\frac{\pi}{4};\frac{3\pi}{4}\right]$
6) Donner l'équation de la tangente en f au point d'abscisse $\frac{\pi}{4}$

Exercice 7 corrigé disponible

Soit f la fonction définie par $f(x) = \dfrac{\sin x}{2+\cos x}$ où x désigne un réel.

On note $\mathscr{C}$ sa représentation graphique dans un repère orthogonal où 3 cm représente π sur l'axe des abscisses et 2cm représente une unité sur l'axe des ordonnées.

1. Vérifier que f est définie sur $\mathbb{R}$, c'est-à-dire que, pour tout réel x, le dénominateur $2+\cos x$ ne s'annule jamais.

2. **a.** Démontrer que f est périodique de période 2π.

   b. Démontrer que f est impaire. Que peut-on en déduire pour la courbe $\mathscr{C}$?

   c. A l'aide des deux questions précédentes démontrer qu'il suffit d'étudier f sur $[0\,;\,\pi]$.

3. **a.** Démontrer que, pour tout réel x, $f'(x) = \dfrac{1+2\cos x}{(2+\cos x)^2}$.

   b. Etudier le signe de f' sur $[0\,;\,\pi]$.

   c. Dresser le tableau de variation de f sur $[0\,;\,\pi]$.

4. Dans le repère décrit ci-dessus représenter $\mathscr{C}$ restreinte à l'intervalle $[-\pi\,;\,3\pi]$.