# Les polynômes du second degré – Exercices - Devoirs

## Exercice 1 corrigé disponible

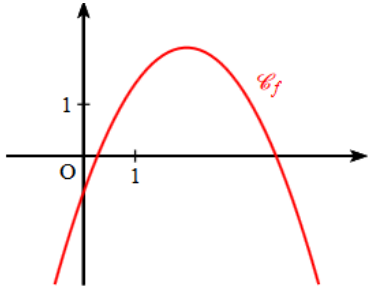
Dans chaque cas, écrire le trinôme sous sa forme canonique.

1) $x^2 + 6x - 8$
2) $x^2 - 5x + 3$
3) $2x^2 + 6x + 4$
4) $-x^2 + x + 3$
5) $3x^2 + 12x + 12$
6) $-x^2 + 7x - 10$

## Exercice 2 corrigé disponible

On considère un trinôme du second degré $P$ défini sur $\mathbb{R}$ par : $P(x) = ax^2 + bx + c$.

La représentation graphique de $P$ est donné ci-contre. En utilisant celle-ci, choisir pour chacune des questions suivantes la seule réponse exacte. On se justifiera.




1) Le coefficient $a$ est :
   a) strictement positif  b) strictement négatif  c) on ne peut pas savoir
2) Le coefficient $b$ est :
   a) strictement positif  b) strictement négatif  c) on ne peut pas savoir
3) Le coefficient $c$ est :
   a) strictement positif  b) strictement négatif  c) on ne peut pas savoir
4) Le discriminant $\Delta$ est :
   a) strictement positif  b) strictement négatif  c) on ne peut pas savoir
5) La somme des coefficients $a + b + c$ est :
   a) strictement positif  b) strictement négatif  c) on ne peut pas savoir

## Exercice 3 corrigé disponible

Trouver une racine évidente dans les équations suivantes et en déduire l'autre solution sans calculer le discriminant.

1) $x^2 - 7x + 6 = 0$
2) $-3x^2 + 2x + 5 = 0$
3) $x^2 + 3x - 10 = 0$
4) $x^2 - x\sqrt{2} - 4 = 0$
5) $x^2 + x - 6 = 0$
6) $x^2 + 5x + 4 = 0$
7) $2x^2 + x\sqrt{5} - 15 = 0$
8) $x^2 - 8x + 15 = 0$

## Exercice 4 corrigé disponible

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes à l'aide du discriminant $\Delta$ :

1) $x^2 - x - 6 = 0$
2) $x^2 + 2x - 3 = 0$
3) $x^2 - x + 2 = 0$
4) $-x^2 + 2x - 1 = 0$
5) $y^2 + 5y - 6 = 0$
6) $1 - t - 2t^2 = 0$
7) $x^2 + x - 1 = 0$
8) $2x^2 + 12x + 18 = 0$
9) $-3x^2 + 7x + 1 = 0$
10) $x^2 + 3\sqrt{2}x + 4 = 0$

## Exercice 5 corrigé disponible

1) Vérifier que $-1$ est solution de l'équation : $x^2 + 3x + 2 = 0$
2) Quelle est la somme et le produit des racines ?
3) En déduire l'autre solution.

## Exercice 6 corrigé disponible

1) Vérifier que $2$ est solution de l'équation : $x^2 - 5x + 6 = 0$
2) Quelle est la somme et le produit des racines ?
3) En déduire l'autre solution.

## Exercice 7 corrigé disponible

Résoudre les inéquations suivantes :

1) $x^2 - 3x + 2 > 0$
2) $x^2 + 4 \geqslant 0$
3) $m^2 + m - 20 \leqslant 0$
4) $x^2 - x + 1 < 0$
5) $3x^2 + 18x + 27 > 0$
6) $-x^2 - 9 \geqslant 0$
7) $x(x-2) < 0$
8) $x^2 + 7x + 12 \geqslant 0$
9) $-2x^2 - x + 4 > 0$
10) $2x^2 - 24x + 72 \leqslant 0$
11) $x^2 + 4x - 12 < 0$
12) $x^2 - 5x + 7 > 0$

## Exercice 8 corrigé disponible

On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$g(x)=x^3+5x^2-12x+6$$

1. Déterminer une racine évidente pour g(x)=0
2. Factoriser g(x)
3. Résoudre g(x)=0 sur $\mathbb{R}$

## Exercice 9 corrigé disponible

Résoudre les équations bicarrées suivantes en posant $u = x^2$ :

$x^4 - 12x^2 + 27 = 0$ ; $x^4 + 3x^2 - 4 = 0$

## Exercice 10 corrigé disponible

1) Résoudre l'équation $2x^2 + 5x + 2 = 0$.
2) En utilisant un changement d'inconnue, en déduire les solutions de l'équation

$$\frac{2}{(x-1)^2} + \frac{5}{x-1} + 2 = 0$$

3) Par une méthode analogue, résoudre l'équation $x + 5\sqrt{x} - 3 = 0$.

## Exercice 11 corrigé disponible

On considère le trinôme suivant : $(m+3)x^2 + 2(3m+1)x + (m+3)$.
Pour quelles valeurs de $m$ ce trinôme a-t-il une racine double ? Calculer alors cette racine.

## Exercice 12 corrigé disponible

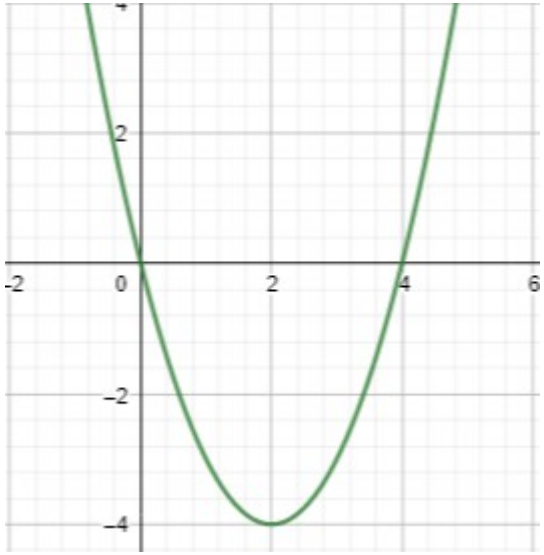
On considère l'équation $2x^2 - (m+2)x + m - 2 = 0$.

1) Calculer $m$ pour que l'une des solutions soit égale à 3.
2) En déduire l'autre solution de l'équation.

## Exercice 13 corrigé disponible

Les 3 questions sont indépendantes.

1. Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=4x^2-8x-5$
Déterminer la forme canonique, la forme factorisée de f.
En déduire les solutions de l'équation $f(x)=0$
2. Soit la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x)=-3x^2-18x-20$
Déterminer la forme canonique et dresser son tableau de variation.
3. Soit la fonction h définie sur $\mathbb{R}$ ; dont la représentation graphique est donnée ci-dessous ; déterminer une expression de h.




## Exercice 14 corrigé disponible

Résoudre dans $\mathbb{R}$

1) $x - 5\sqrt{x} - 14 = 0$ 2) $\sqrt{x+5} = 1 - x$ 3) $\sqrt{x^2 - x - 6} = \sqrt{x-1}$

## Exercice 15 corrigé disponible

On considère la fonction $f$ définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = 4x^3 + 9x^2 - 16x - 36$

1. Montrer que $-2$ est racine de $f$ ; en déduire la factorisation de $f(x)$.
2. Résoudre l'équation $f(x) = 0$.
3. Résoudre l'inéquation $f(x) \geq 0$.

## Exercice 16 corrigé disponible

La somme du carré d'un nombre et du carré de son inverse est égale à $\frac{97}{36}$.
Quel(s) est(sont) ce(s) nombre(s) ?

## Exercice 17 corrigé disponible

Sur le graphique ci-dessous, on donne 5 paraboles. Attribuer à chacune de ces courbes la fonction qui lui est associée. On se justifiera.

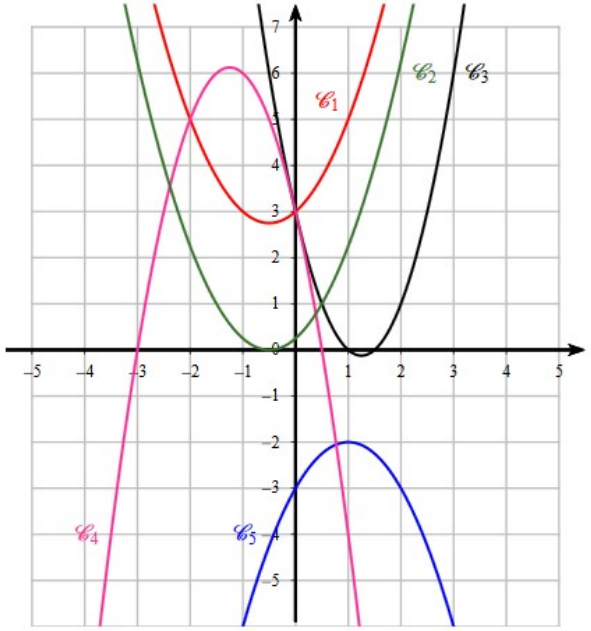
a) $f_1(x) = -x^2 + 2x - 3$

b) $f_2(x) = x^2 + x + 3$

c) $f_3(x) = 2x^2 - 5x + 3$

d) $f_4(x) = -2x^2 - 5x + 3$

e) $f_5(x) = x^2 + x + \frac{1}{4}$




## Exercice 18 corrigé disponible

Voici quelques paraboles représentant des fonctions trinômes définies sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = ax^2 + bx + c$.

Dans chacune des figures suivantes, indiquer, ***sans aucune justification***, le signe des réels $a$ et $\Delta$.

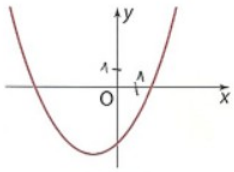


figure 1

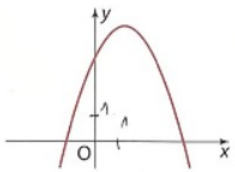


figure 2

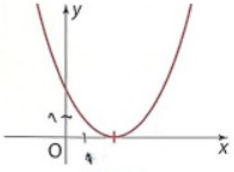


figure 3

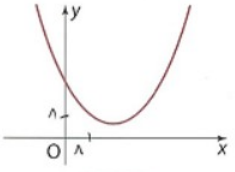


figure 4

Déterminer, pour la courbe de la figure 1, le signe du réel $c$. *Indication* : *quelle est l'image de* 0 *par f ?*

## Exercice 19 corrigé disponible

$x$ et $a$ ( $a \neq 0$ ) sont deux réels et $n$ ( $n \neq 0$ ) est un entier naturel .

1 ) a ) Démontrer que : $x^n - 1 = (x-1)(x^{n-1} + x^{n-2} + \ldots + x^2 + x + 1)$
b ) Écrire cette expression avec le symbole de sommation : $\Sigma$

2 ) En posant $u = \frac{x}{a}$ , vérifier que $x^n - a^n = a^n(u^n - 1)$

3 ) a ) En déduire que : $x^n - a^n = (x-a)(x^{n-1} + a x^{n-2} + a^2 x^{n-3} + \ldots + a^{n-2} x + a^{n-1})$
b ) Écrire cette expression avec le symbole de sommation : $\Sigma$

## Exercice 20 corrigé disponible

Résoudre les inéquations suivantes

1) $\frac{2x^2 + 5x + 3}{x^2 + x - 2} > 0$

2) $(2x - 1)^2 > (x + 1)^2$

3) $(x + 3)(x - 1) < 2x + 6$

4) $\frac{x + 3}{1 - x} \geqslant -5x + 3$

## Exercice 21 corrigé disponible

Dans chacun des cas suivants. déterminer un trinôme P du second degré tel que :

a ) P admet pour racines les nombres 4 et 7.

b ) P admet une racine double égale à -5.

c ) P admet pour racines les nombres -9 et 8 et admet un maximum sur $\mathbb{R}$ .

d ) P n'admet aucune racine et admet un maximum sur $\mathbb{R}$ .

e ) La courbe représentative de P admet la droite d'équation $x=-5$ comme axe de symétrie et P admet un minimum sur $\mathbb{R}$ .

## Exercice 22 corrigé disponible

Déterminer le tableau de variation des fonctions suivantes :

1) $f(x) = 2(x-4)^2 + 3$ 2) $f(x) = -3(x+1)^2 - 5$ 3) $f(x) = x(x-8)$

## Exercice 23 corrigé disponible

*Dites si les propositions suivantes sont vraies ou fausses. On justifiera chaque réponses. Une réponse sans justification ne rapportera aucun point.*

1) Si $\dfrac{5(x+2)}{x-1} > 0$ alors $(x+2)(x-1) > 0$

2) Si $x^2 < 16$ alors $x \in ]-\infty\,;4[$

## Exercice 24 corrigé disponible

Soit $x$ un nombre réel.

1. L'affirmation « Si $x^2 \geqslant 9$ alors $x \geqslant 3$ » est-elle vraie ?
2. Écrire une proposition équivalente à : $x^2 \geqslant 9$ .

## Exercice 25 corrigé disponible

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $(x-3)^2 = 25$.
2. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $(1-2x)^2 \geqslant 9$.

## Exercice 26 corrigé disponible

Résoudre les inéquations suivantes

1) $-3x^2 + 5x - 8 \leq 0$ 2) $2x^2 - 7x + 5 < 0$ 3) $\dfrac{2x+1}{x+2} \leqslant 3x$