Les polynômes du second degré – Exercices - Devoirs

Exercice 1 corrigé disponible

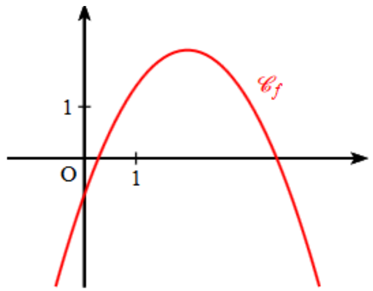
Dans chaque cas, écrire le trinôme sous sa forme canonique.

1) x^2+6x-8
2) x^2-5x+3
3) $2x^2+6x+4$
4) $-x^2+x+3$
5) $3x^2+12x+12$
6) $-x^2+7x-10$

Exercice 2 corrigé disponible

On considère un trinôme du second degré P défini sur $\mathbb{R}$ par : $P(x)=ax^2+bx+c$.

La représentation graphique de P est donné ci-contre. En utilisant celle-ci, choisir pour chacune des questions suivantes la seule réponse exacte. On se justifiera.



1) Le coefficient a est :
   a) strictement positif b) strictement négatif c) on ne peut pas savoir
2) Le coefficient b est :
   a) strictement positif b) strictement négatif c) on ne peut pas savoir
3) Le coefficient c est :
   a) strictement positif b) strictement négatif c) on ne peut pas savoir
4) Le discriminant Δ est :
   a) strictement positif b) strictement négatif c) on ne peut pas savoir
5) La somme des coefficients $a+b+c$ est :
   a) strictement positif b) strictement négatif c) on ne peut pas savoir

Exercice 3 corrigé disponible

Trouver une racine évidente dans les équations suivantes et en déduire l'autre solution sans calculer le discriminant.

1) $x^2-7x+6=0$
2) $-3x^2+2x+5=0$
3) $x^2+3x-10=0$
4) $x^2-x\sqrt{2}-4=0$
5) $x^2+x-6=0$
6) $x^2+5x+4=0$
7) $2x^2+x\sqrt{5}-15=0$
8) $x^2-8x+15=0$

Exercice 4 corrigé disponible

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes à l'aide du discriminant Δ :

1) $x^2-x-6=0$
2) $x^2+2x-3=0$
3) $x^2-x+2=0$
4) $-x^2+2x-1=0$
5) $y^2+5y-6=0$
6) $1-t-2t^2=0$
7) $x^2+x-1=0$
8) $2x^2+12x+18=0$
9) $-3x^2+7x+1=0$
10) $x^2+3\sqrt{2}x+4=0$

Exercice 5 corrigé disponible

1) Vérifier que -1 est solution de l'équation : $x^2+3x+2=0$
2) Quelle est la somme et le produit des racines ?
3) En déduire l'autre solution.

Exercice 6 corrigé disponible

1) Vérifier que 2 est solution de l'équation : $x^2-5x+6=0$
2) Quelle est la somme et le produit des racines ?
3) En déduire l'autre solution.

Exercice 7 corrigé disponible

Résoudre les inéquations suivantes :

1) $x^2 - 3x + 2 > 0$
2) $x^2 + 4 \geqslant 0$
3) $m^2 + m - 20 \leqslant 0$
4) $x^2 - x + 1 < 0$
5) $3x^2 + 18x + 27 > 0$
6) $-x^2 - 9 \geqslant 0$
7) $x(x-2) < 0$
8) $x^2 + 7x + 12 \geqslant 0$
9) $-2x^2 - x + 4 > 0$
10) $2x^2 - 24x + 72 \leqslant 0$
11) $x^2 + 4x - 12 < 0$
12) $x^2 - 5x + 7 > 0$

Exercice 8 corrigé disponible

On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$g(x) = x^3 + 5x^2 - 12x + 6$$

1. Déterminer une racine évidente pour g(x)=0
2. Factoriser g(x)
3. Résoudre g(x)=0 sur $\mathbb{R}$

Exercice 9 corrigé disponible

Résoudre les équations bicarrées suivantes en posant $u = x^2$:

$$x^4 - 12x^2 + 27 = 0 \quad ; \quad x^4 + 3x^2 - 4 = 0$$

Exercice 10 corrigé disponible

1) Résoudre l'équation $2x^2 + 5x + 2 = 0$.
2) En utilisant un changement d'inconnue, en déduire les solutions de l'équation
$$\frac{2}{(x-1)^2} + \frac{5}{x-1} + 2 = 0$$
3) Par une méthode analogue, résoudre l'équation $x + 5\sqrt{x} - 3 = 0$.

Exercice 11 corrigé disponible

On considère le trinôme suivant : $(m+3)x^2 + 2(3m+1)x + (m+3)$.
Pour quelles valeurs de m ce trinôme a-t-il une racine double ? Calculer alors cette racine.

Exercice 12 corrigé disponible

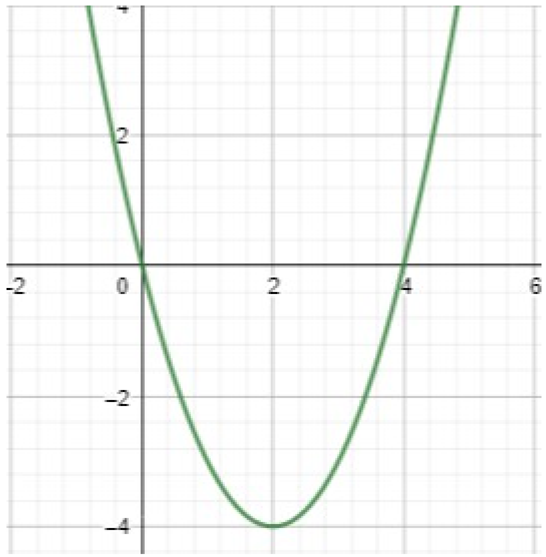
On considère l'équation $2x^2 - (m+2)x + m - 2 = 0$.

1) Calculer m pour que l'une des solutions soit égale à 3.
2) En déduire l'autre solution de l'équation.

Exercice 13 corrigé disponible

Les 3 questions sont indépendantes.

1. Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 4x^2 - 8x - 5$
Déterminer la forme canonique, la forme factorisée de f.
En déduire les solutions de l'équation $f(x) = 0$
2. Soit la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = -3x^2 - 18x - 20$
Déterminer la forme canonique et dresser son tableau de variation.
3. Soit la fonction h définie sur $\mathbb{R}$; dont la représentation graphique est donnée ci-dessous ; déterminer une expression de h.



Exercice 14 corrigé disponible

Résoudre dans $\mathbb{R}$

1) $x - 5\sqrt{x} - 14 = 0$ 2) $\sqrt{x+5} = 1 - x$ 3) $\sqrt{x^2 - x - 6} = \sqrt{x - 1}$

Exercice 15 **corrigé disponible**

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = 4x^3 + 9x^2 - 16x - 36$

1. Montrer que -2 est racine de f ; en déduire la factorisation de $f(x)$.
2. Résoudre l'équation $f(x) = 0$.
3. Résoudre l'inéquation $f(x) \geq 0$.

Exercice 16 **corrigé disponible**

La somme du carré d'un nombre et du carré de son inverse est égale à $\dfrac{97}{36}$.
Quel(s) est(sont) ce(s) nombre(s) ?

Exercice 17 **corrigé disponible**

Sur le graphique ci-dessous, on donne 5 paraboles. Attribuer à chacune de ces courbes la fonction qui lui est associée. On se justifiera.

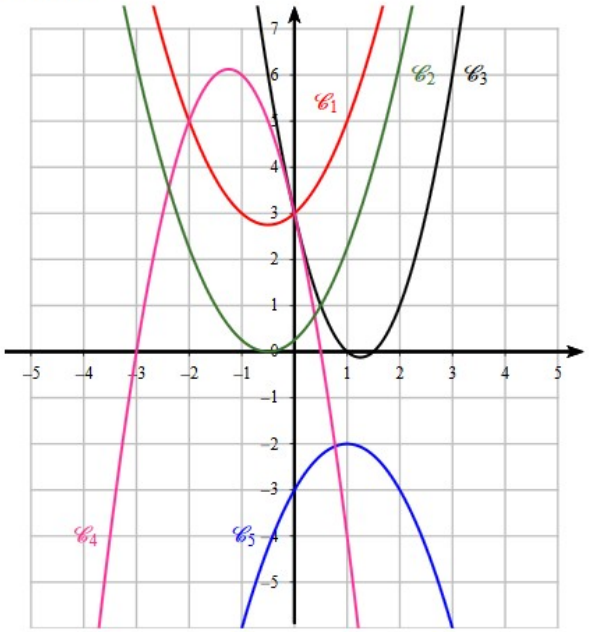
a) $f_1(x) = -x^2 + 2x - 3$

b) $f_2(x) = x^2 + x + 3$

c) $f_3(x) = 2x^2 - 5x + 3$

d) $f_4(x) = -2x^2 - 5x + 3$

e) $f_5(x) = x^2 + x + \dfrac{1}{4}$



Exercice 18 **corrigé disponible**

Voici quelques paraboles représentant des fonctions trinômes définies sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = ax^2 + bx + c$.

Dans chacune des figures suivantes, indiquer, ***sans aucune justification***, le signe des réels a et Δ.

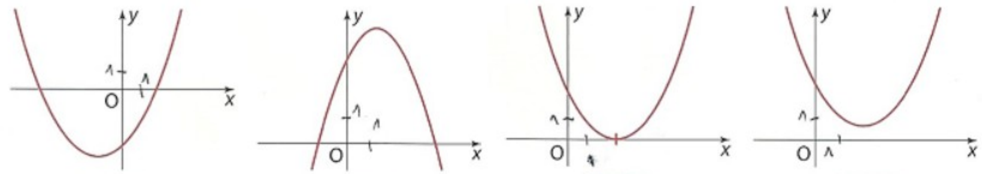


figure 1 figure 2 figure 3 figure 4

Déterminer, pour la courbe de la figure 1, le signe du réel c. Indication : *quelle est l'image de 0 par f ?*

Exercice 19 **corrigé disponible**

x et a ($a \neq 0$) sont deux réels et n ($n \neq 0$) est un entier naturel.

1) a) Démontrer que : $x^n - 1 = (x-1)(x^{n-1} + x^{n-2} + \dots + x^2 + x + 1)$
b) Écrire cette expression avec le symbole de sommation : Σ

2) En posant $u = \dfrac{x}{a}$, vérifier que $x^n - a^n = a^n(u^n - 1)$

3) a) En déduire que : $x^n - a^n = (x-a)(x^{n-1} + a x^{n-2} + a^2 x^{n-3} + \dots + a^{n-2} x + a^{n-1})$
b) Écrire cette expression avec le symbole de sommation : Σ

Exercice 20 **corrigé disponible**

Résoudre les inéquations suivantes

1) $\dfrac{2x^2 + 5x + 3}{x^2 + x - 2} > 0$

2) $(2x-1)^2 > (x+1)^2$

3) $(x+3)(x-1) < 2x + 6$

4) $\dfrac{x+3}{1-x} \geqslant -5x + 3$

Exercice 21 corrigé disponible

Dans chacun des cas suivants. déterminer un trinôme P du second degré tel que :
a) P admet pour racines les nombres 4 et 7.

b) P admet une racine double égale à -5.

c) P admet pour racines les nombres -9 et 8 et admet un maximum sur $\mathbb{R}$.

d) P n'admet aucune racine et admet un maximum sur $\mathbb{R}$.

e) La courbe représentative de P admet la droite d'équation $x=-5$ comme axe de symétrie et P admet un minimum sur $\mathbb{R}$.

Exercice 22 corrigé disponible

Déterminer le tableau de variation des fonctions suivantes :

1) $f(x) = 2(x-4)^2 + 3$ 2) $f(x) = -3(x+1)^2 - 5$ 3) $f(x) = x(x-8)$

Exercice 23 corrigé disponible

Dites si les propositions suivantes sont vraies ou fausses. On justifiera chaque réponses. Une réponse sans justification ne rapportera aucun point.

1) Si $\dfrac{5(x+2)}{x-1} > 0$ alors $(x+2)(x-1) > 0$

2) Si $x^2 < 16$ alors $x \in]-\infty\,;4[$

Exercice 24 corrigé disponible

Soit x un nombre réel.

1. L'affirmation « Si $x^2 \geqslant 9$ alors $x \geqslant 3$ » est-elle vraie ?
2. Écrire une proposition équivalente à : $x^2 \geqslant 9$.

Exercice 25 corrigé disponible

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $(x-3)^2 = 25$.
2. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $(1-2x)^2 \geqslant 9$.

Exercice 26 corrigé disponible

Résoudre les inéquations suivantes

1) $-3x^2 + 5x - 8 \leq 0$ 2) $2x^2 - 7x + 5 < 0$ 3) $\dfrac{2x+1}{x+2} \leqslant 3x$