

Suites arithmétiques et géométriques – Fiche de cours

I. Suites arithmétiques

I.1. Définition

Une suite (u_n) est une suite arithmétique s'il existe un nombre r tel que pour tout entier n , on a :

$$u_{n+1} = u_n + r$$

Le nombre r est appelé raison de la suite.

Propriété 1: (u_n) est une suite arithmétique de raison r et de premier terme u_0 si pour tout entier naturel n , on a :

$$u_n = u_0 + n \times r$$

Propriété 2: (u_n) est une suite arithmétique de raison r et de premier terme u_p si pour tout entier naturel n , on a :

$$u_n = u_p + (n - p) \times r$$

I.2. Variations

Soit (u_n) une suite arithmétique de raison r

- si $r > 0$ alors (u_n) est croissante
- si $r < 0$ alors (u_n) est décroissante

II. Suites géométriques

II.1. Définition

Une suite (u_n) est une suite géométrique s'il existe un nombre q tel que pour tout entier n , on a :

$$u_{n+1} = u_n \times q$$

Le nombre q est appelé raison de la suite.

Propriété 1 : (u_n) est une suite géométrique de raison q et de premier terme u_0 si pour tout entier naturel n , on a :

$$u_n = u_0 \times q^n$$

Propriété 2 : (u_n) est une suite géométrique de raison q et de premier terme u_p si pour tout entier naturel n , on a :

$$u_n = u_p \times q^{n-p}$$

II.2. Variations

Soit (u_n) une suite géométrique de raison q

Pour $u_0 > 0$:

- si $q > 1$ alors (u_n) est croissante
- si $0 < q < 1$ alors (u_n) est décroissante

Pour $u_0 < 0$:

- si $q > 1$ alors (u_n) est décroissante
- si $0 < q < 1$ alors (u_n) est croissante

III. Sommes des termes consécutifs

III.1. Cas d'une suite arithmétique

Définition :

n est un entier naturel non nul alors la somme des n premiers entiers naturels est donnée par :

$$1 + 2 + \dots + n = \frac{n \times (n+1)}{2}$$

Propriété :

La somme des n premiers termes d'une suite arithmétique est donnée par la relation :

$$S = \text{nombre de termes} \cdot \frac{\text{premier terme} + \text{dernier terme}}{2}$$

III.2. Cas d'une suite géométrique

Définition :

n est un entier naturel non nul et q un réel différent de 1 alors on a :

$$1 + q + q^2 \dots + q^n = \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q}$$

Propriété :

La somme des n premiers termes d'une suite géométrique est donnée par la relation :

$$S = \text{premier terme} \cdot \frac{1 - q^{\text{nombre de termes}}}{1 - q}$$