Nombres complexes – Fiche de cours

1. L'idée des nombres complexes

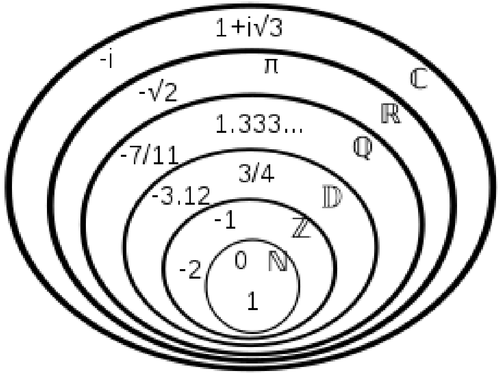
Résoudre des équations polynomiales de degré n ≥1

Exemple : obtenir 2 solutions pour l'équation $x^2+1=0$

2. Ensemble des nombres complexes

Il existe un ensemble noté $\mathbb{C}$ tel que :

- $\mathbb{R}\subset\mathbb{C}$ (avec perte de la comparaison)
- $i\in\mathbb{C}$ tel que $i^2=-1$



3. Nombre complexe

Un nombre complexe est défini par :

$z=x+iy$ s'appelle la forme algébrique du nombre complexe

x : partie réelle notée $\mathrm{Re}(z)$

y : partie imaginaire notée $\mathrm{Im}(z)$

4. Opérations sur les nombres complexes

On considère les nombres complexes :

$z=x+iy$ et $z'=x'+iy'$

a. La somme

La somme complexe de z et z' est définie de $\mathbb{C}\times\mathbb{C}\rightarrow\mathbb{C}$ par :

$$z+z'=x+x'+i(y+y')$$

b. Le produit

Le produit complexe de z et z' est défini de $\mathbb{C}\times\mathbb{C}\rightarrow\mathbb{C}$ par :

$$z\cdot z'=xx'-yy'+i\cdot(x'y+xy')$$

c. Inverse d'un nombre complexe

L'inverse d'un nombre complexe z est défini de $\mathbb{C}^*\rightarrow\mathbb{C}^*$ par :

$$\frac{1}{z}$$

d. Conjugué d'un nombre complexe

Le conjugué d'un nombre complexe z est défini de $\mathbb{C}\rightarrow\mathbb{C}$ par :

$$\overline{z}=x-iy$$

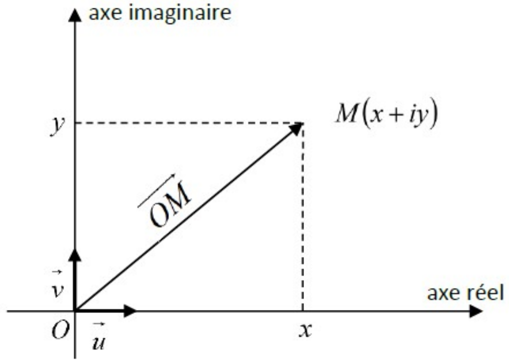
5. Représentation graphique des nombres complexes

Le plan est muni d'un repère orthonormal $(O;\vec{u};\vec{v})$

A tout nombre complexe $z=x+iy$ on associe le point $M(x;y)$

Propriétés :

- M s'appelle l'image de z
- z s'appelle l'affixe de M



6. Forme trigonométrique des nombres complexes

Soit le nombre complexe $z=x+iy$ ayant pour image M dans le repère orthonormal $(O;\vec{u};\vec{v})$

On définit le module de z par $|z|=r=\sqrt{x^2+y^2}$ avec $r>0$

Ou bien $|(z)|=\sqrt{\mathrm{Re}^2(z)+\mathrm{Im}^2(z)}$

On définit un argument de z par $\theta=arg(z)=(\vec{u};\overrightarrow{OM})+2k\pi \quad k\in\mathbb{Z}$

La forme trigonométrique est définie par : $z=|z|(\cos\theta+i\cdot\sin\theta)$