

Les primitives – Exercices – Devoirs

Exercice 1

Dans chaque cas, déterminer une primitive F de la fonction f .

a) $f(x) = x^4$ b) $f(x) = 4x^3$ c) $f(x) = x^4 + 2x^2 + 1$
d) $f(x) = 5x^3 - 2x^2 + 2x - 6$ e) $f(t) = 5 \cos(2t - \pi)$ f) $f(t) = -3 \sin\left(5t + \frac{\pi}{2}\right)$

Exercice 2

Déterminer la primitive F sur \mathbb{R} de la fonction f vérifiant la condition donnée :

$$f(x) = x^5 - 3x + 1 \text{ et } F(-3) = -2.$$

Exercice 3

1. Montrer que $F(x) = \frac{x^2-3}{x}$ est une primitive de $f(x) = \frac{x^2+3}{x^2}$ sur \mathbb{R} .
2. Déterminer la primitive F de f définie sur $]0; +\infty[$ par $f(x) = \frac{5}{2}x^2 + 2x - \frac{3}{x^2}$ telle que $F(1) = -1$
3. Déterminer la primitive G de g définie sur \mathbb{R} par $g(t) = 3\cos(2t)$ telle que $G\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$
4. Déterminer **toutes** les primitives de la fonction g définie sur \mathbb{R} par $g(x) = \frac{1}{(5x-2)^4}$

Exercice 4

Déterminer dans chaque cas les primitives des fonctions suivantes : a) $f(x) = 15x^2 - \frac{1}{3}x + 2$

b) $f(x) = -3x + \frac{1}{4}x^3$ c) $f(x) = \frac{1}{x^2} + 3x$ d) $f(x) = -\frac{2}{3}x + \frac{3}{x^2}$ e) $f(x) = -\frac{1}{(x-2)^2}$
f) $f(x) = \frac{3}{(2x-3)^2}$ g) $f(x) = \frac{5}{(-2x+1)^2} + 3$ h) $f(x) = 2x(x^2+3)$ i) $f(x) = (x+2)^3$
j) $f(x) = (3x-2)^4$ k) $f(x) = x^2(x^3+5)^3$ l) $f(x) = \cos(x)$ m) $f(x) = \sin(x)$
o) $f(x) = \cos(3x)$ p) $f(x) = 1 - \cos(2x)$ q) $f(x) = \cos\left(3x + \frac{\pi}{2}\right)$ r) $f(x) = -3x + \sin\left(\frac{1}{2\pi}x\right)$

Exercice 5

Déterminer les primitives des polynômes suivants : a) $f(x) = x^8 + x^2$ b) $f(x) = 3x^2 + 5x + 1$

c) $f(x) = x^9 - 3x^2 + 2$ d) $f(x) = -5x^5 + 3$ e) $f(x) = \frac{x^3}{3} - 12x^2 + \frac{3}{2}$ g) $f(x) = -\frac{4}{3}x^3 + 6x$

Exercice 6

Dans chaque cas, déterminer la primitive F de f vérifiant la condition donnée :

a) $f(x) = -2x + 4$, et $F(2) = 3$

b) $f(x) = 8x^3 - 3x$, et $F(1) = 2$

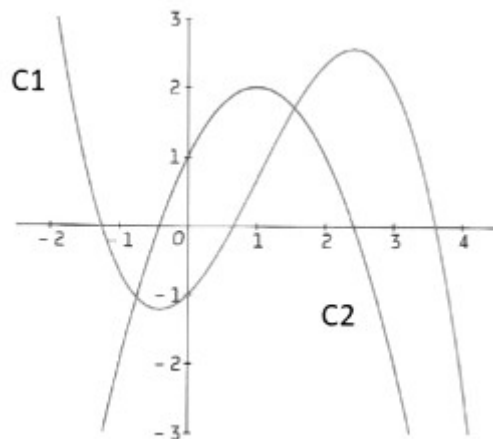
c) $f(x) = \frac{1}{(x+1)^2} + 1$, et $F(0) = 2$

d) $f(x) = 2 \cos(2x) + 2$, et $F\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1$

Exercice 7

Dans un repère (O, I, J) , on donne la courbe représentative d'une fonction f et la courbe représentative d'une primitive F de f , toutes deux définies sur \mathbb{R} .

- a. Laquelle des deux courbes représente la fonction f ? Justifier.
- b. On admet que f est un polynôme du second degré d'expression $f(x) = -x^2 + 2x + 1$
Déterminer toutes les primitives de f sur \mathbb{R} .
- c. En utilisant un élément du graphique, déterminer l'expression de F représentée par la 2^e courbe du graphique.



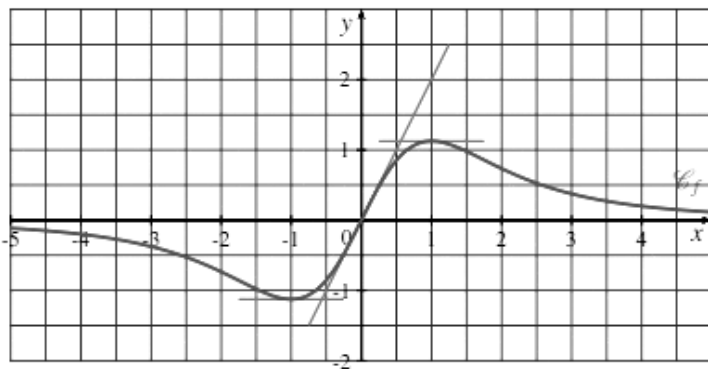
Exercice 8

- Déterminer la primitive F de la fonction f définie pour tout réel x strictement positif par $f(x) = x^2 + 2x - \frac{3}{x^2}$ telle que $F(1) = -1$.
- Déterminer la primitive G de la fonction g définie pour tout réel t de l'intervalle $]-\pi; \pi]$ par $g(t) = 3\cos(2t)$ telle que $G\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1$.

Exercice 9

PARTIE A

On a tracé ci-dessous, la courbe \mathcal{C}_f représentative d'une fonction f définie et dérivable sur \mathbb{R} .

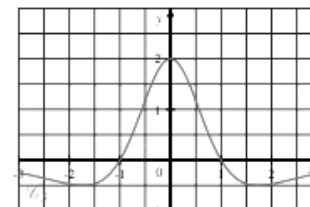
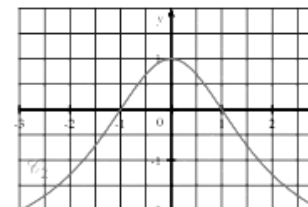
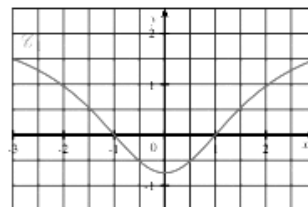


1. On note f' la dérivée de la fonction f .

Par lecture graphique, déterminer $f'(-1)$ et $f'(0)$.

2. Une des trois courbes ci-dessous est la représentation graphique de la dérivée f' de la fonction f et une autre d'une primitive F de la fonction f .

Déterminer la courbe associée à la fonction f' et celle qui est associée à la fonction F . Justifier la réponse.



PARTIE B

La fonction f est définie pour tout réel x par $f(x) = \frac{18x}{(x^2 + 3)^2}$.

1. Soit F la primitive de la fonction f telle que $F(1) = 0$

- Montrer que la fonction G définie sur \mathbb{R} par $G(x) = -\frac{9}{x^2 + 3}$ est une primitive de la fonction f .
- En déduire une expression de $F(x)$.

Exercice 10

$$a(x) = 5x^4 + 12x^2 - 6x + 1$$

$$b(x) = -\frac{1}{x^2} + \frac{2}{x^4}$$

$$c(x) = \frac{4}{3}x + \frac{1}{2} - \frac{4}{\sqrt{x}}$$

$$d(x) = (2x + 9)^4$$

$$e(x) = \frac{6x}{\sqrt{x^2 + 1}}$$

$$f(x) = \frac{1}{3} \cos(3x + 7)$$

$$h(x) = (x + 2)(x^2 + 4x + 1)^3$$

Exercice 11

Déterminer la primitive G de la fonction g définie pour tout réel t de l'intervalle $]-\pi; \pi]$ par l'expression $g(t) = 3 \cos(2t)$ et telle que $G\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1$.

Exercice 12

Montrer que la fonction G définie sur \mathbb{R} par l'expression $G(x) = \frac{9}{x^2 + 3}$ est une primitive de la fonction f définie par $f(x) = -\frac{18x}{(x^2 + 3)^2}$.
En déduire l'expression de la fonction F , primitive de f , telle que $F(1) = 0$.

Exercice 13

Dans chacun des cas suivants, calculer la primitive F de la fonction f qui vérifie la condition donnée.

- f est définie sur \mathbb{R} par $f(x) = 3x^2 - 5x + \frac{1}{2}$ et $F(1) = 0$.
- f est définie sur $]0; +\infty[$ par $f(x) = x^2 - \frac{1}{x}$ et $F(1) = 0$.
- f est définie sur \mathbb{R} par $f(t) = \sin(2t)$ et $F\left(\frac{\pi}{6}\right) = 0$.

Exercice 14

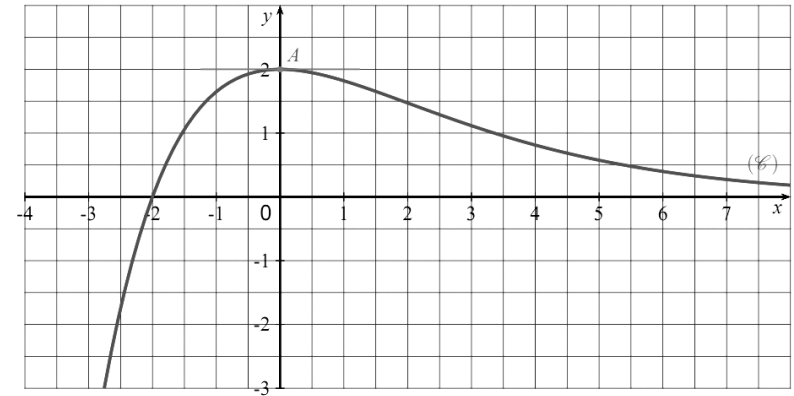
Déterminer les fonctions primitives sur \mathbb{R} des fonctions suivantes :

- $f(x) = e^x + 3$
- $f(x) = x - e^{-x}$
- $f(x) = 1 + 2xe^{x^2}$

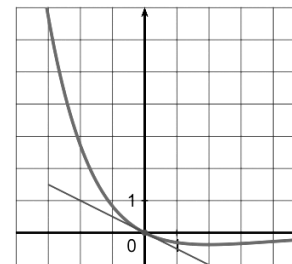
Exercice 15

PARTIE A

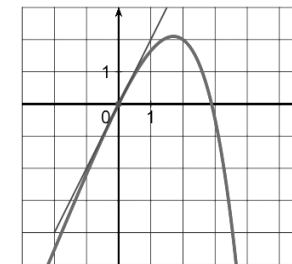
La courbe (\mathcal{C}) tracée ci-dessous dans un repère orthonormé est la courbe représentative d'une fonction f définie sur \mathbb{R} . On désigne par f' la fonction dérivée de f sur \mathbb{R} .



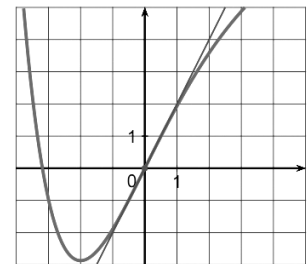
- Au point $A(0; 2)$, la courbe (\mathcal{C}) admet une tangente parallèle à l'axe des abscisses. En déduire $f(0)$ et $f'(0)$.
- Parmi les trois représentations graphiques ci-dessous, une représente la fonction f' dérivée de la fonction f et une autre une primitive F de f sur \mathbb{R} .



Courbe 1



Courbe 2



Courbe 3

Déterminer la courbe associée à la fonction f' et celle qui est associée à la fonction F .