

Probabilités conditionnelles – Exercices - Devoirs

Exercice 1

Dans une classe de 30 élèves, 20 étudient l'anglais et 15 l'espagnol. 8 étudient les deux langues. Pour un élève donné, on note A l'événement : « l'élève étudie l'anglais » et E l'événement : « l'élève étudie l'espagnol ».

- 1) Que représente l'événement $A \cap E$?
- 2) Que représente l'événement $A \cup E$?
- 3) Combien d'élèves n'apprennent ni l'anglais ni l'espagnol ?
- 4) Quel est l'événement contraire de A ?

Exercice 2

Une urne contient 100 boules numérotées de 1 à 100. On prélève une boule au hasard. On considère les événements suivants :

- A : « le numéro de la boule est pair » ;
- B : « le numéro de la boule est un multiple de 5 » ;
- C : « le numéro de la boule est un multiple de 10 » ;

- 1) Calculer les probabilités des événements A , B , C , $A \cap B$, $B \cap C$ et $A \cap \overline{C}$.
- 2) En déduire la probabilité des événements $A \cup B$ et $A \cup \overline{C}$.

Que peut-on dire de l'événement $A \cup \overline{C}$?

Exercice 3

Un dé à 20 faces possède quatre faces numérotées « 1 », six faces numérotées « 2 », deux faces « 3 », trois faces « 4 », et cinq faces « 5 ».

On lance une fois ce dé on s'intéresse au nombre obtenu.

On note A l'événement « obtenir un chiffre pair » et B l'événement « obtenir un chiffre supérieur strictement à 3 ».

1. Calculer $p(A)$ et $p(B)$.
2. Expliciter, à l'aide d'une phrase en français, les événements suivants :
 $A \cap B$, $A \cup B$, \overline{A} , \overline{B} , $\overline{A \cap B}$, $\overline{A \cup B}$
3. Calculer les probabilités des événements de la question précédente.

Exercice 4

Une enquête est effectuée dans un établissement de 1 550 élèves afin de connaître leur groupe sanguin ; les résultats sont consignés dans le tableau ci-dessous :

	A	B	O
Garçons	217	47	536
Filles	295	21	434

1. On choisit au hasard un des élèves parmi les 1 550 élèves de l'établissement.
 - L'évènement F : « l'élève choisi est une fille ».
 - L'évènement M : « L'élève choisi est du groupe B ».On note \overline{F} l'évènement contraire de l'évènement F .
 - a. Montrer que $P(F) = \frac{15}{31}$.
 - b. Calculer la probabilité de l'évènement M . Le résultat sera arrondi à 10^{-3} .
 - c. Définir par une phrase les événements $\overline{F} \cap M$ et $F \cup M$.
 - d. Calculer la probabilité de l'évènement $F \cup M$.
2. On choisit au hasard un élève du groupe B. Calculer alors la probabilité que l'élève choisi soit un garçon. Le résultat sera arrondi à 10^{-1} .

Exercice 5

On interroge un groupe de 1 200 étudiants titulaires d'un baccalauréat STMG et ayant poursuivi leurs études.

Parmi ces étudiants :

- 60 % de ces étudiants sont des filles, les autres sont des garçons.
- 55 % ont poursuivi leurs études en BTS.
- 264 étudiants sont inscrits à l'université.
- La moitié des étudiants inscrits à l'université sont des garçons.
- 45 % des étudiants en BTS sont des garçons.

1. Compléter, sans justification, le tableau croisé d'effectifs donné ci-dessous.

2. Pour chaque étudiant interrogé les informations sont portées sur une fiche individuelle.

On choisit une fiche au hasard parmi les 1 200 renseignées. Chaque fiche a la même probabilité d'être choisie. On définit les évènements suivants :

N : « la fiche choisie concerne un étudiant de l'université ».

G : « la fiche choisie est celle d'un garçon ».

a. Calculer la probabilité de l'évènement N et celle de l'évènement G.

b. Définir par une phrase l'évènement $N \cap G$ puis calculer sa probabilité.

c. Définir par une phrase l'évènement $N \cup G$ puis calculer sa probabilité.

d. Calculer $P_G(N)$. Interpréter le résultat obtenu par une phrase.

	BTS	Université	Autres formations	Total
Filles				
Garçons				
Total		264		1 200

Exercice 6

Un artisan produit du miel et de la confiture, de manière industrielle et aussi biologique.

Sa production mensuelle est de 900 pots, comprenant notamment :

- 603 pots de miel, dont 333 sont de fabrication industrielle;
- 63 pots de confiture de fabrication biologique.

1. Recopier et compléter le tableau ci-dessous.

	Pots de miel	Pots de confiture	Total
Production industrielle			
Production biologique			
Total			900

2. On choisit un pot au hasard dans la production du mois et on appelle C l'évènement : « c'est un pot de confiture » et G l'évènement : « c'est un pot de fabrication biologique ».

a) Calculer les probabilités des évènements B et C .

b) Décrire par une phrase les évènements suivants puis calculer sa probabilité : \bar{B} , $B \cap C$, $B \cup C$.

Exercice 7

Une urne contient quatre boules indiscernables au toucher : une rouge, une verte et deux bleues. On tire au hasard une boule dans l'urne, on relève sa couleur, on remet la boule dans l'urne et on en tire une seconde.

1. Modéliser cette expérience aléatoire par un tableau.

2. En déduire la probabilité de chacun des évènements suivants :

E : « On tire deux fois la boule rouge »

F : « Les deux boules tirées sont de la même couleur »

G : « Les deux boules tirées sont de couleurs différentes »

Exercice 8

Un restaurant sert 300 couverts par service, en proposant un menu à 16 € et un menu à 24 €. Pour l'inauguration de son restaurant, le gérant offre à chacun de ses clients soit un café, soit un apéritif.

Le gérant a noté que :

- 60 % des clients ont choisi un café, les autres un apéritif ;
- les deux tiers des clients ont choisi un menu à 24 € ;
- parmi ceux qui choisissent un menu à 24 €, 75 % ont choisi un café.

On note S la sous-population des clients ayant choisi un menu à 16 € et C la sous-population ayant choisi un café.

1. Compléter le tableau suivant :

	Menu à 16 € (S)	Menu à 24 € (\bar{S})	Total
Client ayant choisi un café (C)		150	
Client ayant choisi un apéritif (\bar{C})			
Total			300

2. a) Calculer la proportion de clients ayant choisi un menu à 16 €.

b) Définir par une phrase la sous-population $S \cap \bar{C}$ et en donner la proportion dans l'ensemble des clients.

3. a) Parmi les clients ayant choisi un menu à 16 €, donner la proportion de ceux qui ont choisi un apéritif.

b) Interpréter par une phrase la fréquence conditionnelle $f_C(\bar{S})$ et calculer sa valeur.

Exercice 9

Voici les résultats d'un sondage effectué en 1999 auprès de 2000 personnes, à propos d'Internet :

- 40% des personnes interrogées déclarent être intéressées par Internet,
- 35% des personnes interrogées ont moins de 30 ans et, parmi celles-ci, quatre cinquièmes déclarent être intéressées par Internet,
- 30% des personnes interrogées ont plus de 60 ans et, parmi celles-ci, 85% ne sont pas intéressées par Internet.

1. Reproduire et compléter le tableau suivant :

	intéressées par Internet	non intéressées par internet	total
moins de 30 ans			
de 30 à 60 ans			
plus de 60 ans			
total			2 000

2. On choisit au hasard une personne parmi les 2000 interrogées. On suppose que toutes les personnes ont la même probabilité d'être choisies. On considère les événements :

A : « la personne interrogée a moins de 30 ans »,

B : « la personne interrogée est intéressée par Internet ».

- Calculer les probabilités $P(A)$ et $P(B)$.
- Définir par une phrase l'événement \bar{A} puis calculer $P(\bar{A})$.
- Définir par une phrase l'événement $A \cap B$ puis calculer $P(A \cap B)$. En déduire $P(A \cup B)$.

3. On sait maintenant que la personne interrogée est intéressée par Internet.

Quelle est la probabilité qu'elle ait plus de 30 ans ?

Exercice 10

Dans un salon de coiffure pour femmes, le coloriste propose aux clientes qui viennent pour une coupe, deux prestations supplémentaires :

- une coloration naturelle à base de plantes qu’il appelle couleur-soin ,
- des mèches blondes pour donner du relief à la chevelure, qu’il appelle effet coup de soleil .

Ce coloriste a fait le bilan suivant sur ces prestations :

- 40 % des clientes demandent une couleur-soin .
- parmi celles qui n’en veulent pas, 30 % des clientes demandent un effet coup de soleil .
- de plus, 24 % des clientes demandent les deux à la fois. On considère une de ces clientes. On notera C l’évènement la cliente souhaite une “couleur-soin” . On notera M l’évènement la cliente souhaite un “effet coup de soleil” .

1. Compléter le tableau suivant en pourcentages :

	C	\bar{C}	Total
M			
\bar{M}			
Total			100

2. Donner la probabilité que la cliente ne souhaite ni une couleur-soin , ni un effet coup de soleil .
3. Vérifier que la probabilité de l’évènement M est égale à 0,42.

Exercice 11

Un objet peut présenter deux défauts : A ou B ou bien en même temps A et B.

Sur un lot de 200 objets prélevés, on constate que : 16 objets ont au moins le défaut A, 12 objets ont au moins le défaut B et 180 objets n’ont aucun défaut.

1. Construire un tableau des effectifs illustrant la situation.
2. On prélève au hasard un objet de ce lot. (on donnera les résultats en valeur décimale)
 - (a) Calculer la probabilité p_1 que cet objet ne présente aucun défaut.
 - (b) Calculer la probabilité p_2 que cet objet présente seulement le défaut A.