

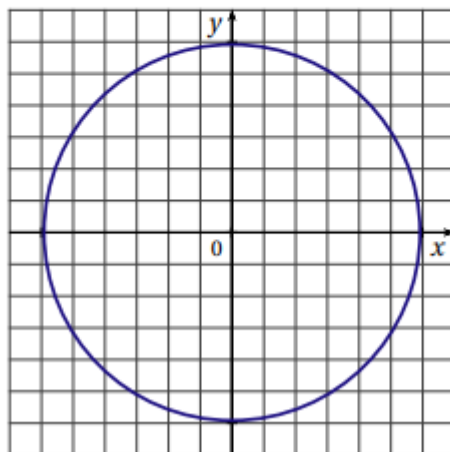
Trigonométrie – Exercices – Devoirs

Exercice 1

1. Placer sur le cercle trigonométrique les points A, B, C et D repérés respectivement par les réels

$$-\frac{5\pi}{6}, \frac{\pi}{3}, -\frac{\pi}{3} \text{ et } \frac{3\pi}{4}.$$

2. Donner les coordonnées des quatre points A, B, C et D .



Exercice 2

Écrire plus simplement les expressions suivantes :

1. $A = \sin(x - \pi) + \sin(5\pi - x) + \sin(x - 3\pi)$
2. $B = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \cos\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) + \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$

Exercice 3

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

1. $\sin t + \sin \frac{\pi}{3} = 0.$
2. $\cos\left(t + \frac{\pi}{6}\right) = \cos \frac{\pi}{4}.$

Exercice 4

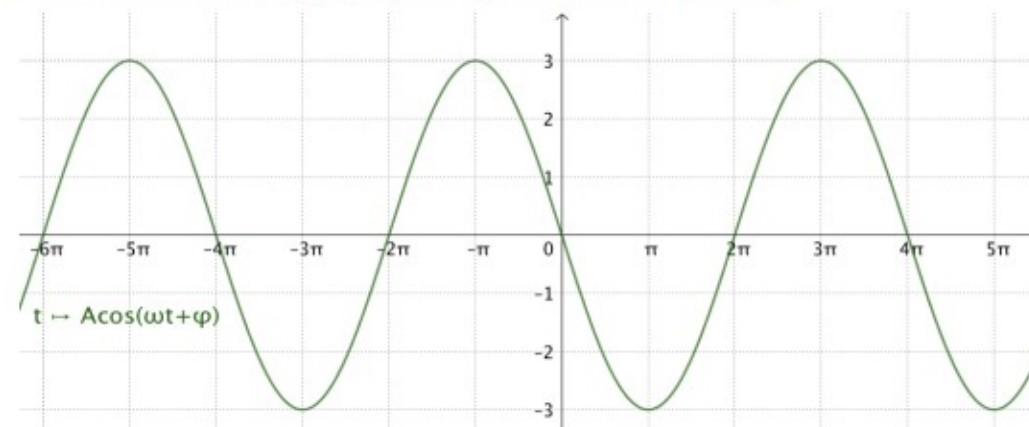
Résoudre les équations suivantes dans l'intervalle donné.

1. $\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ et $x \in]-\pi; \pi]$.
2. $2\cos^2 x - 1 = 0$ et $x \in]-\pi; \pi]$.

Exercice 5

On a représenté ci-dessous la courbe d'une fonction sinusoïdale f du type :
 $t \mapsto A\cos(\omega t + \varphi)$

Déterminer à l'aide du graphique l'expression de la fonction f .



Exercice 6

Placer sur le cercle trigonométrique les angles suivants

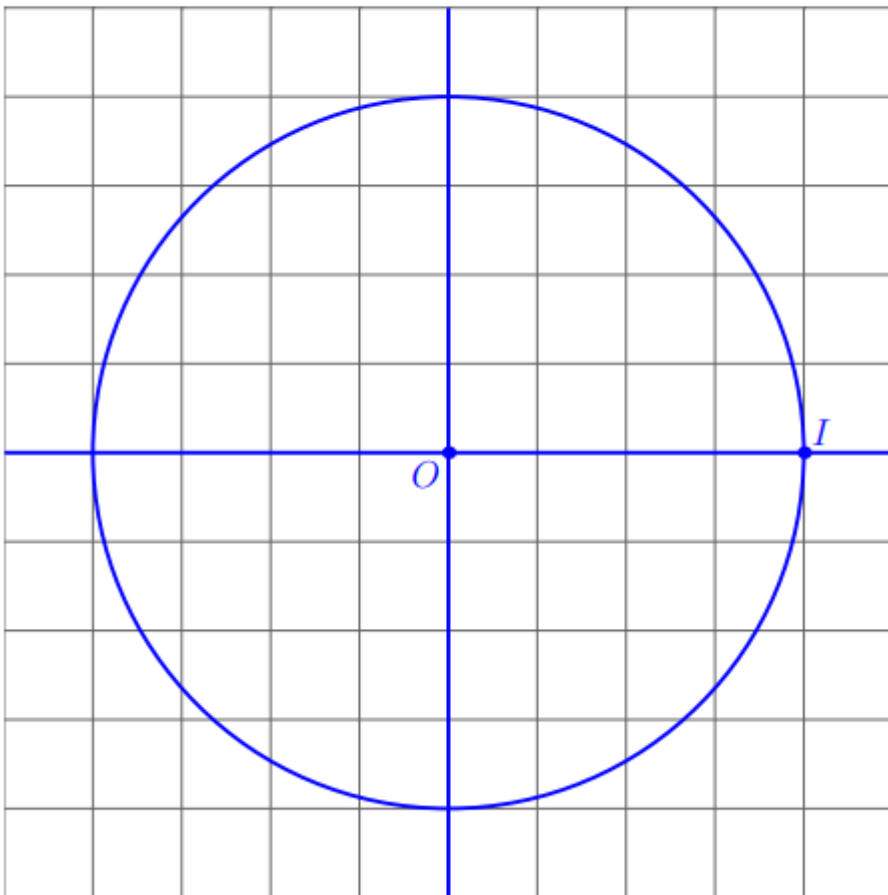
$$\frac{\pi}{3} \qquad -\frac{5\pi}{6} \qquad \frac{3\pi}{4} \qquad \frac{10\pi}{3}$$

Déterminer le sinus et le cosinus de chacun de ces angles

Exercice 7

Placer les points suivants sur le cercle trigonométrique

$$A\left(-\frac{\pi}{3}\right); \quad B\left(-\frac{5\pi}{6}\right); \quad C\left(\frac{2\pi}{3}\right); \quad D(\pi); \quad E\left(-\frac{\pi}{4}\right) \text{ et } J\left(\frac{\pi}{2}\right).$$



Exercice 8

Les fonctions suivantes sont-elles paires, impaires ou ni l'un ni l'autre ?

1. $f_1(x) = \sin(3x)$.
2. $f_2(x) = -2\cos(x)$.
3. $f_3(x) = 7x\sin(4x)$.
4. $f_4(x) = 3\cos(x) + 1$.

Exercice 9

Montrer que les fonctions suivantes sont 2π -périodiques.

1. $f_1(x) = \sin(x) + 1$.
2. $f_2(x) = -2\cos(x) + 1$.
3. $f_3(x) = \sin^2(x) + 1$.
4. $f_4(x) = \cos^2(x) + 2\sin(x) + 1$.

Exercice 10

Compléter avec $\cos x$, $\sin x$, $-\cos x$ ou $-\sin x$:

$$\cos(-x) = \dots$$

$$\cos(\pi - x) = \dots$$

$$\sin(-x) = \dots$$

$$\sin(\pi - x) = \dots$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \dots$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \dots$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \dots$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \dots$$

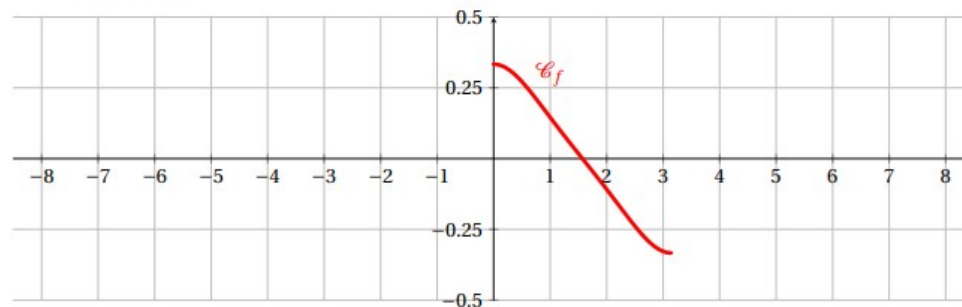
$$\cos(\pi + x) = \dots$$

$$\sin(\pi + x) = \dots$$

Exercice 11

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \frac{\cos(x)}{3 + \sin^2(x)}$.

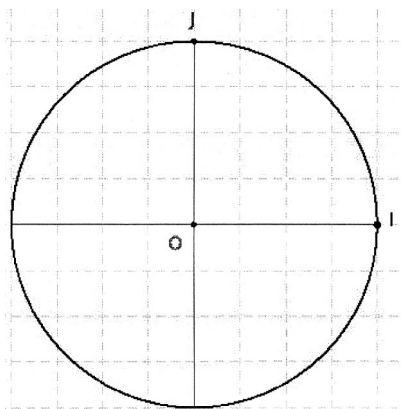
1. Montrer que f est paire. Interpréter graphiquement.
2. Montrer que f est périodique de période 2π . Interpréter graphiquement.
3. En déduire le plus petit intervalle I possible pour étudier f .
4. Ci-dessous, on donne $\mathcal{C}_f$ la représentation graphique de f sur I . Compléter sa représentation graphique sur $\mathbb{R}$.



Exercice 12

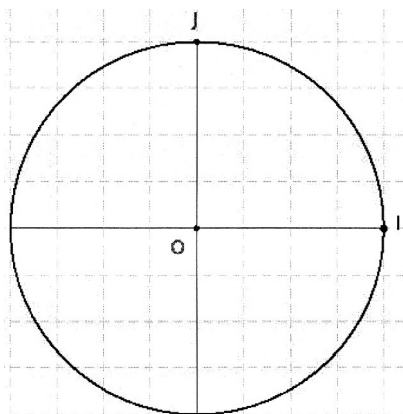
1. Placer sur le cercle trigonométrique les points représentatifs des réels suivants :

$$\frac{2\pi}{3} ; -\frac{3\pi}{4} ; \frac{17\pi}{6} ; \frac{5\pi}{2}$$



2. Déterminer la mesure principale des angles puis les placer sur le cercle trigonométrique

$$\frac{23\pi}{4} ; -\frac{20\pi}{3} ; \frac{37\pi}{8} ; -\frac{41\pi}{6}$$



Exercice 13

Résoudre les équations suivantes :
Sur $] -\pi; \pi]$

$$1. \cos x = \frac{1}{2}$$

$$2. \sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$3. \cos x = \cos \frac{2\pi}{3}$$

$$4. \cos^2 x = \frac{3}{4}$$

Exercice 14

1. Résoudre dans $] -\pi; \pi]$:

$$(a) \cos x = \cos \left(\frac{-\pi}{4} \right) ; \quad (b) \sin x = \sin \frac{2\pi}{3}$$

2. Résoudre dans $] -\pi; \pi]$:

$$(a) \cos x = \cos \left(\frac{-3\pi}{4} \right) ; \quad (b) \sin x = \sin \frac{4\pi}{3}$$

Exercice 15

Compléter :

Degrés	0	30	45	60	90	135	180	360
Radians	0							

Degrés	1		-15	20	270		
Radians		1				$\frac{167\pi}{4}$	$\frac{7\pi}{3}$

Exercice 16

Déterminer la mesure principale des angles orientés suivants :

- a) $\frac{7\pi}{3}$ b) $-\frac{11\pi}{6}$ c) $\frac{9\pi}{8}$ d) $\frac{15\pi}{2}$
e) $\frac{26\pi}{4}$ f) $-\frac{13\pi}{5}$

Exercice 17

L'évolution de la population P d'animaux dans une forêt est modélisée par :

$$P(t) = 500 + 50 \sin \left(2\pi t - \frac{\pi}{2} \right)$$

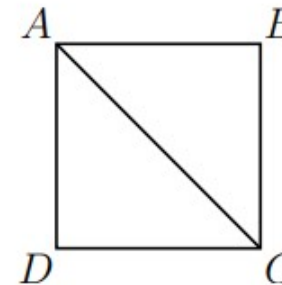
où t est exprimé en années.

- Calculer $P(0)$, $P\left(\frac{1}{2}\right)$ et $P(1)$.
- Quelle est la période de la fonction P ?
- Pour quelle valeur de t , la population est-elle à son maximum dans la première année? Quelle est la population maximum?

Exercice 18

$ABCD$ est un carré de côté 1.

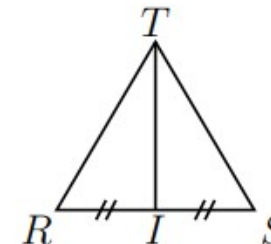
Calculer la longueur AC , puis en déduire les valeurs exactes de $\cos \frac{\pi}{4}$ et $\sin \frac{\pi}{4}$.



Exercice 19

RST est un triangle équilatéral de côté 1.

Calculer la longueur TI , en déduire les valeurs exactes de $\cos \frac{\pi}{6}$, $\sin \frac{\pi}{6}$, $\cos \frac{\pi}{3}$ et $\sin \frac{\pi}{3}$.



Exercice 20

Résoudre les équations sur $[0; 2\pi[$:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \cos x = \cos\left(\frac{\pi}{6}\right) & \text{b) } \sin x = \sin\left(\frac{2\pi}{3}\right) & \text{c) } \cos t = \cos\left(\frac{5\pi}{6}\right) \\ \text{d) } \sin t = \sin\left(\frac{\pi}{8}\right) & \text{e) } \cos x = 0 & \text{f) } \cos x = \frac{1}{2} \\ \text{g) } \sin t = -\frac{\sqrt{3}}{2} & \text{h) } \cos x = \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) & \text{i) } \cos x = \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) \end{array}$$

Exercice 21

À l'aide du cercle trigonométrique ci-dessous, compléter les valeurs des cosinus et sinus.

$$\begin{array}{llll} \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) = & \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) = & \cos(0) = & \sin(2\pi) = \\ \cos\left(-\frac{2\pi}{3}\right) = & \cos(-3\pi) = & \cos\left(-\frac{5\pi}{4}\right) = & \sin\left(\frac{13\pi}{4}\right) = \\ \sin\left(-\frac{\pi}{2}\right) = & \cos\left(\frac{3\pi}{4}\right) = & \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right) = & \\ \sin\left(-\frac{4\pi}{3}\right) = & \sin\left(\frac{5\pi}{6}\right) = & \cos(8\pi) = & \\ \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) = & \sin\left(\frac{3\pi}{2}\right) = & \sin\left(\frac{10\pi}{2}\right) = & \end{array}$$

Exercice 22

1. Convertir les mesures suivantes en radian.

$$\begin{array}{lll} \text{(a) } x_1 = 45^\circ & \text{(c) } x_3 = 90^\circ & \text{(e) } x_5 = 120^\circ \\ \text{(b) } x_2 = 135^\circ & \text{(d) } x_4 = 300^\circ & \text{(f) } x_6 = 150^\circ \end{array}$$

2. Convertir les mesures suivantes en degrés.

$$\begin{array}{lll} \text{(a) } x_1 = \frac{\pi}{5} \text{ rad} & \text{(c) } x_3 = \frac{5\pi}{3} \text{ rad} & \text{(e) } x_5 = \frac{5\pi}{12} \text{ rad} \\ \text{(b) } x_2 = \frac{3\pi}{2} \text{ rad} & \text{(d) } x_4 = \frac{\pi}{6} \text{ rad} & \text{(f) } x_6 = \frac{4\pi}{5} \text{ rad} \end{array}$$

Exercice 23

Déterminer la mesure principale des angles suivants, puis représenter le point correspondant sur le cercle trigonométrique :

$$\begin{array}{lll} \text{(a) } \frac{15\pi}{2} & \text{(e) } \frac{151\pi}{3} & \text{(i) } \frac{77\pi}{6} \\ \text{(b) } -\frac{9\pi}{4} & \text{(f) } \frac{101\pi}{6} & \text{(j) } -\frac{41\pi}{6} \\ \text{(c) } 152\pi & \text{(g) } -\frac{333\pi}{4} & \text{(k) } \frac{253\pi}{4} \\ \text{(d) } -\frac{59\pi}{3} & \text{(h) } -\frac{47\pi}{2} & \text{(l) } \frac{2023\pi}{6} \end{array}$$

Exercice 24

Résoudre les équations trigonométriques suivantes sur $] -\pi; \pi]$:

$$\begin{array}{ll} 1. \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right) = \cos\left(\frac{15\pi}{3}\right) & 5. \cos^2(x) = \frac{3}{4} \\ 2. \sin(3\pi - x) = -\frac{\sqrt{3}}{2} & 6. \sin x = \frac{4}{3} \\ 3. \cos(x) = \sin(x) & 7. \sin(x - \pi) = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ 4. \sin^2 x = \frac{1}{2} & 8. \cos^2 x = \frac{1}{4} \end{array}$$

Exercice 25

Simplifier les expressions suivantes :

$$1) A = \cos(0) + \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) + \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) + \cos\left(\frac{3\pi}{4}\right) + \cos(\pi)$$

$$2) B = \cos(-\pi) + \cos\left(-\frac{3\pi}{4}\right) + \cos\left(-\frac{\pi}{2}\right) + \cos\left(-\frac{\pi}{4}\right)$$

$$3) C = \sin\left(\frac{\pi}{6}\right) + \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) + \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) + \sin\left(\frac{2\pi}{3}\right) + \sin\left(\frac{5\pi}{6}\right) + \sin(\pi)$$

Exercice 26

Résoudre les équations trigonométriques suivantes sur $]-\pi; \pi]$:

$$1) \cos(x) = \cos\left(\frac{8\pi}{2}\right)$$

$$2) \sin\left(x - \frac{2\pi}{3}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{5}\right)$$

$$3) \cos(x) = -\cos(x)$$

$$4) \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = -\sin(x)$$

$$5) \sin(x) = \cos(x)$$