Les droites du plan – Fiche de cours

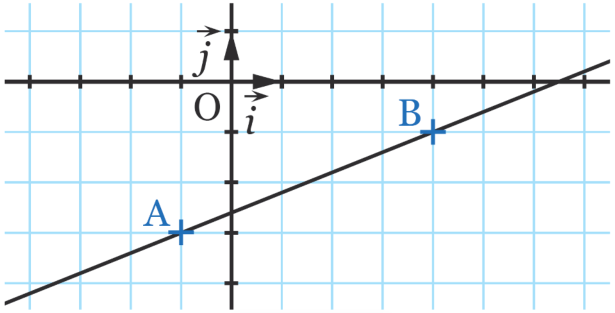
1. Equation réduite

a. Définition

L'équation réduite d'une droite du plan est :

$x = c$ si parallèle à l'axe des ordonnées

$y = mx + p$ $x \in R$ non parallèle à l'axe des ordonnées



Soient $A(x_A ; y_A)$ et B $(x_B ; y_B)$ deux points de la droite :

- $m = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$
- pour déterminer p, on remplace les coordonnées d'un point appartenant à la droite
- un vecteur directeur de la droite est $\vec{u}(1 ; m)$

2. Equation cartésienne

Une équation cartésienne de droite du plan est :

$$ax + by + c = 0 \qquad x \in R \qquad y \in R$$

- Méthode : on peut obtenir l'équation cartésienne d'une droite avec les coordonnées d'un vecteur directeur et d'un point du plan

Soit $M(x ; y)$ un point quelconque de la droite

Soit $A(x_A ; y_A)$ un point de la droite

Soit $\vec{u}\begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix}$ un vecteur directeur de la droite

On écrit $\overrightarrow{AM}$ colinéaire à $\vec{u}$ et l'on a :

$$\begin{vmatrix} x - x_A & -b \\ y - y_A & a \end{vmatrix} = 0$$

3. Position relative

Soient le système de 2 droites (d) et (d') :

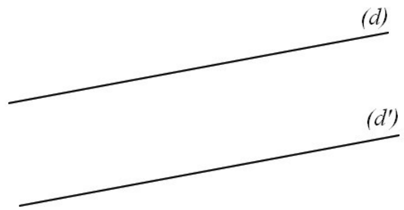
$$\begin{cases} (d) : ax + by + c = 0 \\ (d') : a' x + b' y + c = 0 \end{cases}$$

Soit $\vec{u}\begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix}$ vecteur directeur de (d) et $\vec{v}\,'\begin{pmatrix} -b' \\ a' \end{pmatrix}$ vecteur directeur de (d')

- Droites parallèles

Les droites (d) et(d') sont parallèles lorsque :

- leur coefficient directeur est égal
- l'on a :



$dét(\vec{u} ; \vec{u}\,') = 0$

et un point de (d) n'est pas commun à (d')

- Droites confondues

Les droites (d) et(d') sont confondues si l'on a :

$dét(\vec{u} ; \vec{u}\,') = 0$ avec un point est commun à (d) et (d')

- <u>Droites sécantes en un point</u>

Les droites (d) et(d’) sont sécantes en un point si l’on a :

$$dét(\vec{u}\,;\vec{u}\,')\neq 0$$

On résout alors un système de 2 équations à 2 inconnues pour déterminer les coordonnées du point d’intersection :

- combinaisons linéaires
- substitution