

Fonctions de référence – Fiche de cours

1. Fonction carré

a. Définition

La fonction carré est définie sur \mathbb{R} par $f(x) = x^2$

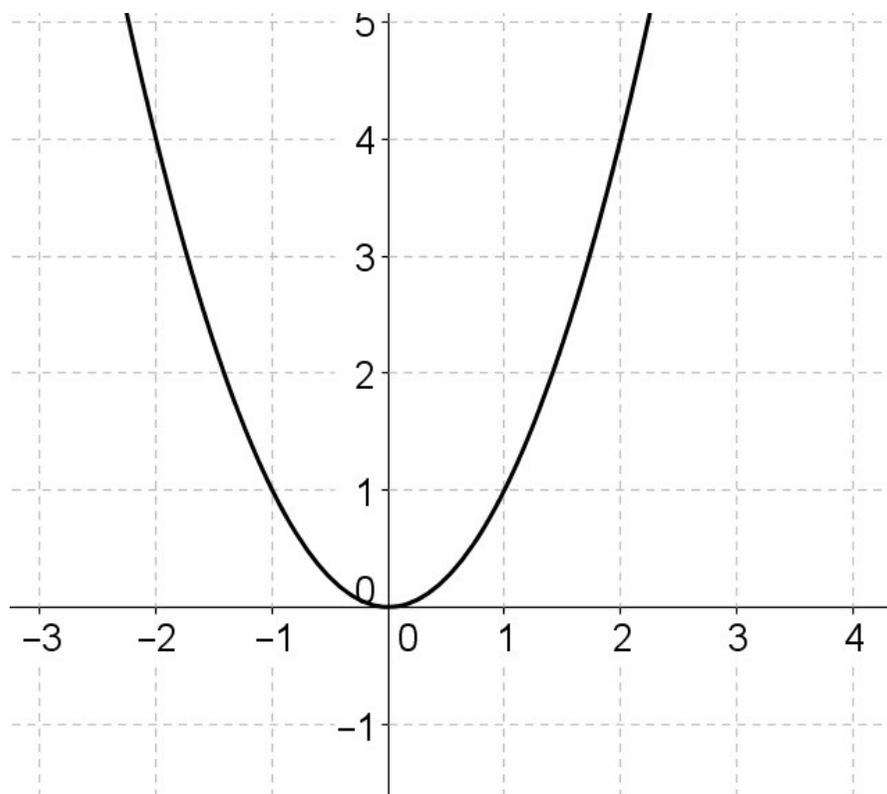
Propriétés :

La courbe représentative d'une fonction carré s'appelle une parabole

La fonction carré est paire

La fonction carré est positive

Représentation graphique :



b. Tableau de variation

x	$-\infty$	0	$+\infty$
x^2		0	

Le tableau de variation illustre la forme en U de la fonction carré. Une flèche descendante relie $-\infty$ à 0, et une flèche ascendante relie 0 à $+\infty$.

c. Résolution d'équation et d'inéquation

- Equations

Résolution de $x^2 = k$

- si $k < 0$ alors $S = \emptyset$

- si $k = 0$ alors $S = \{0\}$

- si $k > 0$ alors $S = \{-\sqrt{k}; \sqrt{k}\}$

- Inéquations

Résolution de $x^2 < k$

- si $k < 0$ $S = \emptyset$

- si $k > 0$ $S =]-\sqrt{k}; \sqrt{k}[$

Résolution de $x^2 > k$

- si $k < 0$ $S = \mathbb{R}$

- si $k > 0$ $S =]-\infty; -\sqrt{k}[\cup]\sqrt{k}; +\infty[$

d. Identités remarquables

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a-b) \cdot (a+b) = a^2 - b^2$$

2. Fonction racine carré

a. Définition

La fonction racine carrée est définie sur $[0; +\infty[$ par $f(x) = \sqrt{x}$

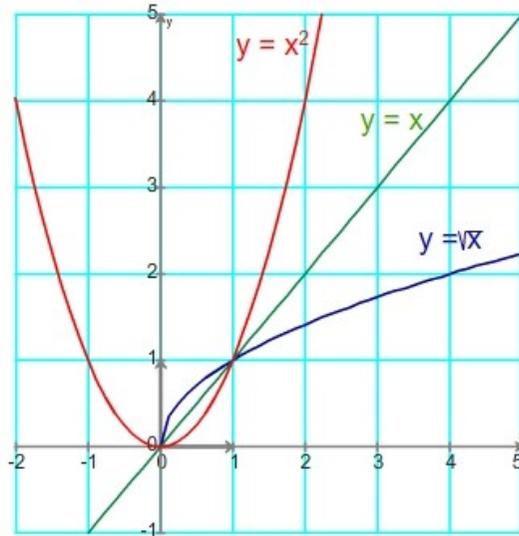
Propriétés :

La fonction racine carrée est la réciproque de la fonction carrée

La fonction racine carrée n'a pas d'élément de parité

La fonction racine carrée est positive

Représentation graphique :



b. Tableau de variation

x	0	$+\infty$
\sqrt{x}	0	

↗

c. Propriétés des racines carrées

- Propriété

$$\forall a \in \mathbb{R} \quad \sqrt{a^2} = |a|$$

- Produit

$$\forall a \geq 0 \quad \forall b \geq 0 \quad \sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$$

- Quotient

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

- Inégalité triangulaire

$$\text{Si } a \geq 0 \text{ et } b \geq 0 \text{ alors } \sqrt{a+b} \leq \sqrt{a} + \sqrt{b}$$

3. Fonction cube

a. Définition

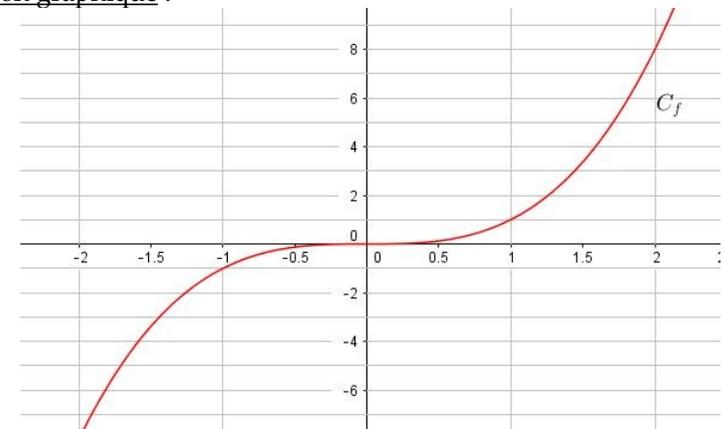
La fonction cube est définie sur \mathbb{R} par $f(x) = x^3$

Propriétés :

La fonction cube est impaire

La fonction cube a pour réciproque la fonction racine cubique $\sqrt[3]{x}$

Représentation graphique :



b. Tableau de variation

x	$-\infty$	$+\infty$
x^3	↗	

c. Identités remarquables

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 \quad (a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

$$a^3 - b^3 = (a-b) \cdot (a^2 + ab + b^2)$$

4. Fonction inverse

a. Définition

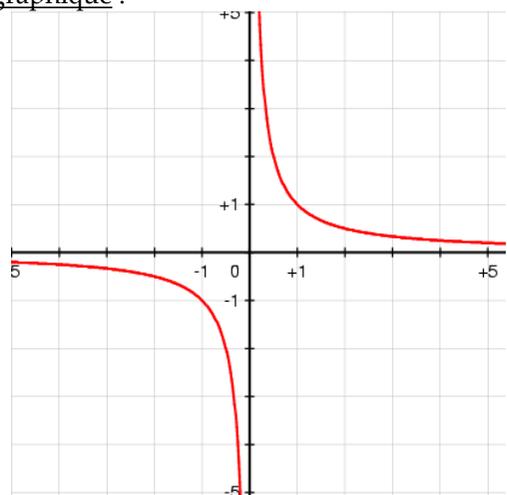
La fonction inverse est définie sur $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ par $f(x) = \frac{1}{x}$

Propriétés :

La courbe représentative d'une fonction inverse s'appelle une hyperbole

La fonction inverse est impaire

Représentation graphique :



b. Tableau de variation

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$\frac{1}{x}$	↘		↘

c. Fonctions homographiques

Une fonction homographique est un cas particulier des fonctions rationnelles

Une fonction homographique est définie par :

$$f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$$

5. Autres propriétés

- si $0 \leq x \leq 1$ alors $x^3 \leq x^2 \leq x \leq 1$
- si $x \geq 1$ alors $1 \leq x \leq x^2 \leq x^3$