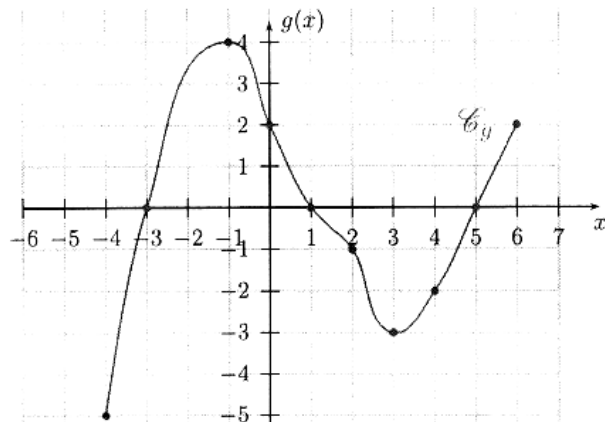


Généralité des fonctions – Exercices – Devoirs

Exercice 1 corrigé disponible

On considère la fonction g dont on donne la courbe représentative \mathcal{C}_g ci-dessous.



1. L'ensemble de définition \mathcal{D}_g de la fonction g est $\mathcal{D}_g = \dots\dots\dots$.
2. L'image par la fonction g de -4 est $g(-4) = \dots\dots\dots$, et celle de 4 est $g(4) = \dots\dots\dots$.
3. Les antécédents par g de -3 sont : $\dots\dots\dots$.
4. L'ensemble E des réels qui ont une image positive par la fonction g est : $\dots\dots\dots$.
5. Le maximum de g sur son ensemble de définition est $\dots\dots\dots$, il est atteint en $\dots\dots\dots$.
Le minimum de la fonction g sur son ensemble de définition est $\dots\dots\dots$, il est atteint en $\dots\dots\dots$.
6. L'ensemble F des réels qui ont exactement 3 antécédents par la fonction g est $\dots\dots\dots$.
7. **Tableau de variation**
 7. a. Dresser le tableau de variation de la fonction g .
 7. b. Donner un encadrement de $g(x)$ sur l'intervalle $[-4; 3]$.

Exercice 2 corrigé disponible

Indiquer le domaine de définition des fonctions :

a. $f(x) = 2x^2 + 1$ b. $f(x) = \frac{1}{2x} + 3x$ c. $f(x) = \frac{1}{x-1}$

Exercice 3 corrigé disponible

Tracer une courbe

On donne : $f(1) = 0$ et $f(5) = 1$ et pour tout $x > 3$, on a $f(x) > 0$

x	-2	0	3	$+\infty$
$f(x)$	-1	-2	2	0

- 1) Quel est l'ensemble de définition de la fonction f ? (0,5 pt)
- 2) Tracer une courbe susceptible de représenter la fonction f à partir de son tableau de variation et des renseignements donnés. (1 pt)
- 3) Quel est le signe de la fonction f sur son ensemble de définition? (0,5 pt)

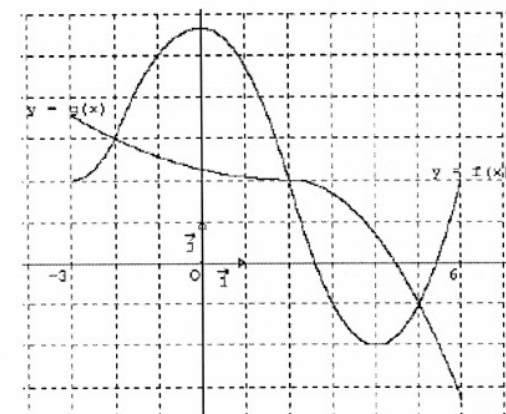
Exercice 4 corrigé disponible

Les fonctions f et g sont définies sur l'intervalle $[-3; 6]$, on représente ci contre leur représentation graphique.

Dans cet exercice des traces sur le graphique ci-contre peuvent suffire comme justification aux questions.

A l'aide d'une lecture graphique

- a) Déterminer $f(-2)$; $g(2)$
- b) Les antécédents de -1 par la fonction f .
- c) Les solutions éventuelles de l'équation $f(x) = g(x)$
- d) Les solutions de l'inéquation $f(x) < 2$
- e) les solutions de l'inéquation $f(x) \geq g(x)$



Exercice 5 corrigé disponible

On considère le tableau de variation d'une fonction f :

x	-4	-1	2	5	8
$f(x)$	4	-2	4	-5	5

Répondre aux questions suivantes, en justifiant votre réponse.

1. Préciser les extremums de f .
2. Pour chacune des affirmations de cette question, dire si elle est vraie, fausse ou si on ne peut pas conclure :
 - a) $A(4 ; 2)$ est un point de la courbe de f .
 - b) $f(0) = 0$
 - c) $f(4) \leq 0$
 - d) La courbe de f et l'axe des abscisses ont 4 points communs
3. Comparer $f(-3)$ et $f(-2)$.
4. Peut-on comparer $f(0)$ et $f(3)$?
5. Résoudre les équations et inéquations suivantes :
 - a) $f(x) = 6$
 - b) $f(x) > -5$
 - c) $f(x) < 8$.

Exercice 6 corrigé disponible

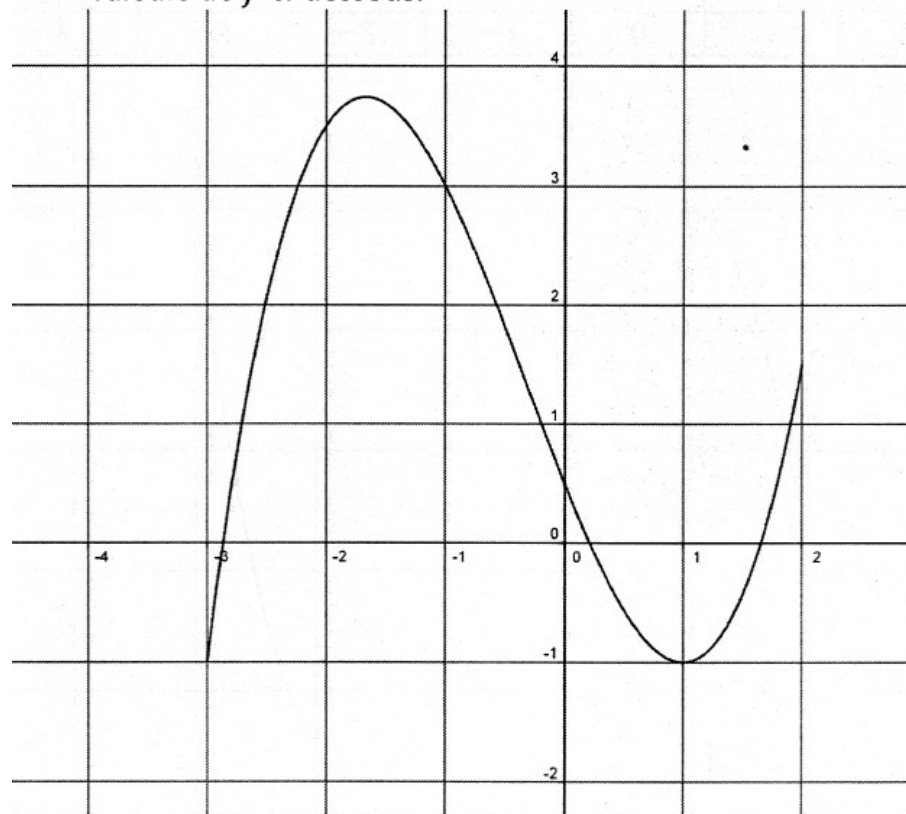
On appelle f la fonction définie par la courbe ci-contre.

A l'aide du graphique, répondre aux questions suivantes en expliquant votre méthode.

1. Quel est l'ensemble de définition de f ?
2. Quel est le minimum de f ?
3. Quelle est l'image de -1 ?
4. Trouver un nombre ayant 3 antécédents et un nombre n'ayant pas d'antécédent.
5. Résoudre l'équation $f(x) = 3$.
6. Résoudre l'inéquation $f(x) > 1$
7. Discuter suivant les valeurs du réel m , le nombre de solutions de l'équation : $f(x) = m$

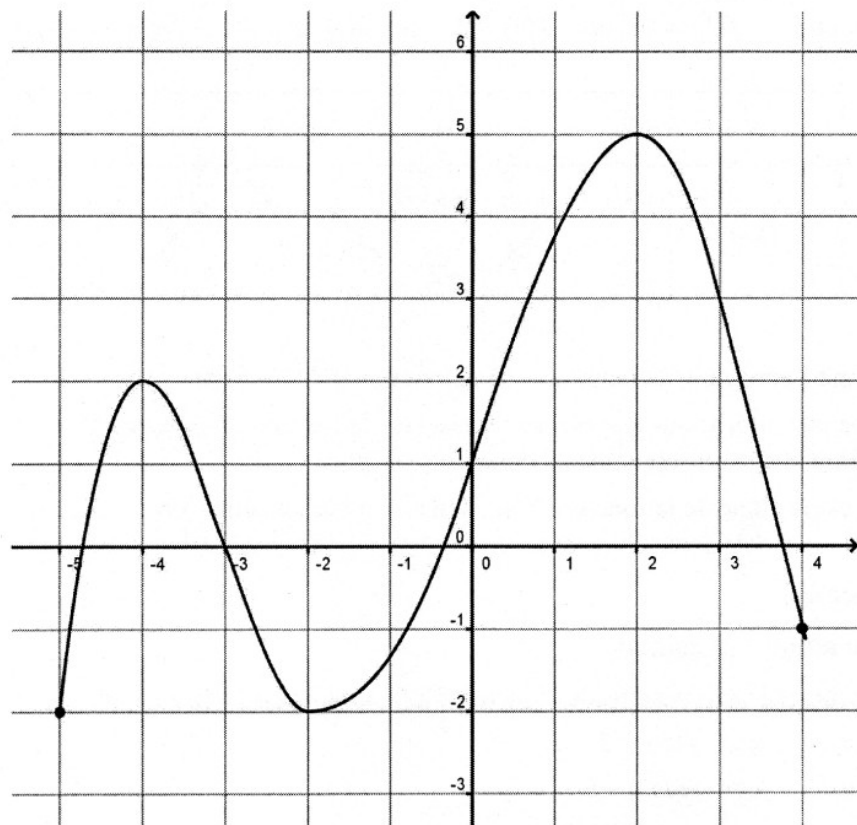
8. Donner le tableau de variations de f .

9. On sait maintenant que f est donnée par la formule $f(x) = \frac{x^3 + x^2 - 5x + 1}{2}$. A l'aide de la calculatrice, compléter le tableau de valeurs de f ci-dessous.



x	-3	-2	-1	0	1	2
$f(x)$						

Exercice 7 corrigé disponible



- Déterminer graphiquement les images suivantes : (1 pt)
 $f(-5)$, $f(-3)$, $f(0)$, $f(2)$ et $f(3)$
- Dresser le tableau de variation de la fonction f . (1 pt)
- Résoudre graphiquement, avec la précision permise par la représentation, les équations suivantes (on expliquera la démarche suivie pour la première équation) (2 pts)
 - $f(x) = 3$
 - $f(x) = 0$
 - $f(x) = 2$
 - $f(x) = -3$

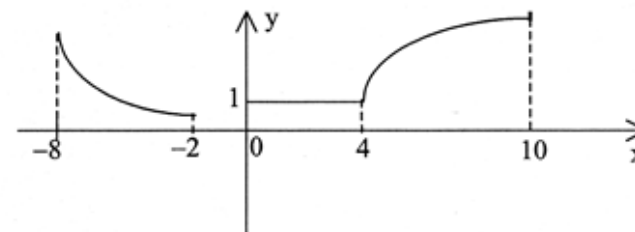
- Résoudre graphiquement, avec la précision permise par la représentation, les inéquations suivantes (on expliquera la démarche suivie pour la première inéquation) (2 pts)
 - $f(x) \geq 0$
 - $f(x) < 3$
 - $f(x) \geq 2$

- Quel est le minimum de f sur $[-5; 4]$ (0,5 pt)
 - Quel est le maximum de f sur $[-5; 0]$ (0,5 pt)

Exercice 8 corrigé disponible

Pour chacune des fonctions suivantes, écrire l'ensemble de définition sous forme de réunion d'intervalles.

1. f est définie par sa courbe représentative C_f dans un repère.



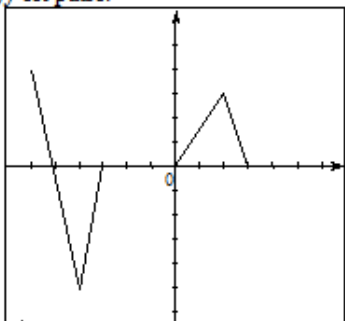
- g est définie par : $g(x) = 4\sqrt{15x - 5} + 7$
- h est définie par : $h(x) = \frac{3x + 5}{4x + 16}$
- k est définie par : $k(x) = \frac{\sqrt{5x + 1}}{x - 1}$

Exercice 9 corrigé disponible

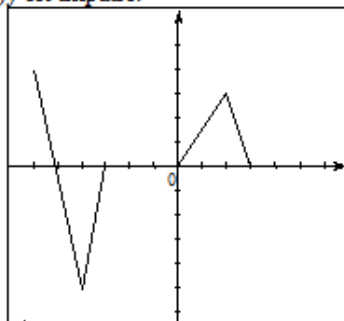
1. Une fonction f est définie sur $[-6 ; 6]$. Une partie de sa représentation graphique est donnée.

Compléter la représentation graphique dans les cas suivants :

a) f est paire.



b) f est impaire.



2. Une fonction f est définie sur $[-6 ; 6]$. Une partie de son tableau de variation est donnée ci-dessous.

x	0	2	4	6
Variations de f	0	3	-5	5

Recopier et compléter le tableau dans les cas suivants :

a) f est paire.

b) f est impaire.

Exercice 10 corrigé disponible

Dire si les fonctions suivantes sont paires, impaires ou ni l'un ni l'autre

a. $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x^2 + 2}$

d. $f(x) = \sqrt{x^2 + 1}$

b. $f(x) = \frac{4x}{x^2 + 1}$

e. $f(x) = \sqrt{x^2 + x + 4}$

c. $f(x) = \frac{3}{x + 5}$

f. $f(x) = \frac{1}{1 - x} + \frac{1}{1 + x}$

Exercice 11 corrigé disponible

1. Tracer une courbe susceptible de représenter la fonction f sachant que :

- f est définie sur l'intervalle $[0 ; 5]$;
- f est croissante sur cet intervalle ;
- $f(0) = 1$ et $f(5) = 4$.

2. Tracer une courbe susceptible de représenter la fonction f sachant que :

- f est définie sur l'intervalle $[-3 ; 3]$;
- f est décroissante sur $[-3 ; -1]$;
- f est croissante sur $[-1 ; 3]$;
- pour tout $x \in [-3 ; 3]$, $-1 \leq f(x) \leq 4$.

3. Tracer une courbe susceptible de représenter la fonction f sachant que :

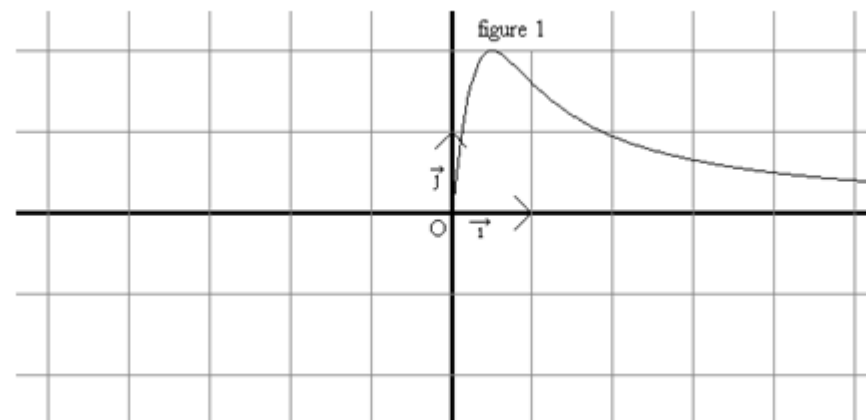
- f est définie sur l'intervalle $[-3 ; 4]$;
- f admet un minimum en -1 et un maximum en 2 ;
- les images de -3 et de 4 sont respectivement 2 et 1 ;
- 0 a deux antécédents : -2 et 1 .

Exercice 12 corrigé disponible

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par :

$$f(x) = \frac{8x}{4x^2 + 1}$$

Soit C_f sa courbe représentative dans un repère orthonormal $(O; \vec{i}; \vec{j})$



1. Justifier que f est définie sur \mathbb{R} . Etudier la parité de f . Que peut-on déduire comme propriété concernant la courbe représentative de f ?

2. Calculer $f\left(\frac{1}{2}\right)$ et dresser le tableau de variations de la fonction f sur

$[0; +\infty[$; en déduire les variations de f sur \mathbb{R}

3. Construire la courbe représentative de f sur $]-\infty; 0]$

Exercice 13 corrigé disponible

La courbe \mathcal{C} ci-après représente une fonction f et la droite \mathcal{D} représente une fonction g .

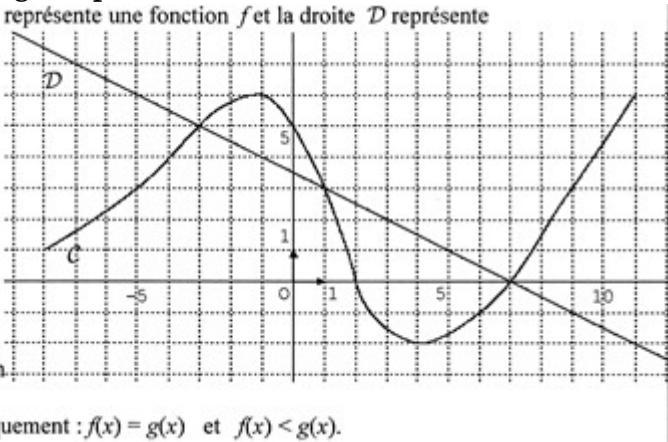
1. Déterminer les images par f de -5 ; 2 et 11.

2. Déterminer les antécédents par f de 3 et de -2.

3. Résoudre graphiquement $f(x) = 0$ et $f(x) = 6$.

4. Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) \leq 3$.

5. Résoudre graphiquement : $f(x) = g(x)$ et $f(x) < g(x)$.



Exercice 14 corrigé disponible

Soit g la fonction définie sur \mathbb{R} par : $g(x) = \frac{1}{2}x^3 - 2x^2 + 1$.

1. Compléter à l'aide de la calculatrice le tableau de valeurs : (on donnera des valeurs approchées à 10^{-2} près)

x	-10	-5	-3	0	1	$\frac{3}{2}$	2,5	4	7	12
$f(x)$										

2. Dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$ (unité graphique : 1 cm), tracer la courbe représentative de la fonction f .

Exercice 15 corrigé disponible

On donne ci-contre la courbe représentative d'une fonction f .

1. Donner le domaine de définition de f .

2. Déterminer graphiquement l'image de 5 par la fonction f . Donner $f(-4)$.

3. Déterminer s'ils existent, les antécédents de 2 par la fonction f .

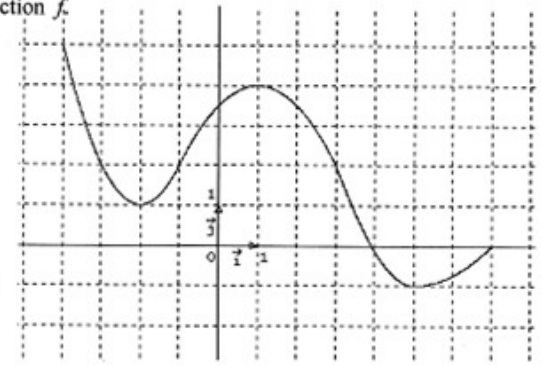
Déterminer s'ils existent, les antécédents de -2 par la fonction f .

4. Sans donner de justification :

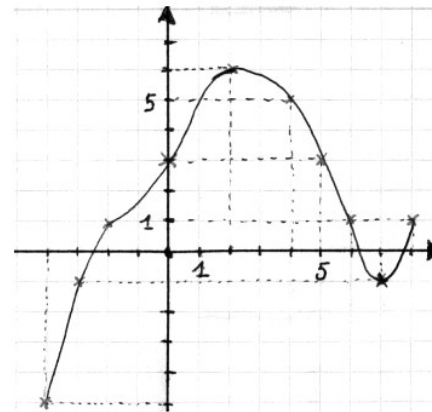
Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = 3,5$, puis résoudre l'inéquation $f(x) > 3,5$.

5. Etablir le tableau des variations de la fonction f .

6. Quel est le maximum de la fonction f sur $[-1; 3]$. Préciser la valeur pour laquelle il est atteint.



Exercice 16 corrigé disponible



1) donner le domaine de définition de la fonction f représentée par la courbe \mathcal{C} , ci-contre.

2) donner les images de -3 et de 5

3) donner le ou les antécédents de 1, -5 et 7 si ils existent.

4) faire le tableau de variation de la fonction

x	
$f(x)$	

5) résoudre les inéquations suivantes :

$f(x) \geq 3$; $f(x) \leq -1$; $f(x) > -5$; $f(x) \geq 6$

Exercice 17 corrigé disponible

Comparer si possible les valeurs suivantes, si elles ne sont pas comparables dire pourquoi.

x	-5	-2	0	3
$f(x)$	-1	4	0	3

1) $f(-5)$, $f(-3)$ et $f(-2)$

2) $f(-2)$ et $f(-1)$

3) $f(-1)$ et $f(-3)$

Exercice 18

Voici des informations concernant une fonction f définie sur \mathbb{R}

- f est décroissante sur $] -\infty; -2]$ et sur $[\frac{1}{2}; 2]$
- f est croissante sur $] -2; \frac{1}{2}[$ et sur $]2; +\infty[$
- -3 est le minimum pour f sur \mathbb{R} atteint en $x = -2$
- $f(-4) = 1,5$; $f(\frac{1}{2}) = 4$; $f(2) = -2$ et $f(3) = -1$
- les antécédents de 0 par f sont -3 , -1 et 1

1. Dresser le tableau de variations de la fonction f .
2. Tracer une courbe représentant la fonction f .

Exercice 19

On donne le tableau de variations d'une fonction f définie sur $[-7; 8]$.

x	-7	-4	1	3	8
Variations de f		2		5	
	0		-5		3

1. Quel est le minimum, le maximum de f ?
2. Compléter d'après le tableau, en justifiant :
 - a) $-7 \leq a < b \leq -4$ alors $f(a)$ $f(b)$
 - b) $3 \leq a < b \leq 8$ alors $f(a)$ $f(b)$
3. Compléter par $<$, $>$ ou $?$ si on ne peut pas savoir :
 - a) $f(1)$ $f(2)$
 - b) $f(-3)$ $f(0)$
 - c) $f(7)$ $f(-2)$
 - d) $f(-6)$2
 - e) $f(-5)$ $f(-3)$
 - f) $f(4)$0

Exercice 20

Résoudre les équations suivantes :

$$(E_1) : 16x^2 = 1$$

$$(E_2) : (2x - 1)(3 - x) = (4x - 5)(2x - 1)$$

$$(E_3) : (x - 5)^2 - (3x - 1)^2 = 0$$

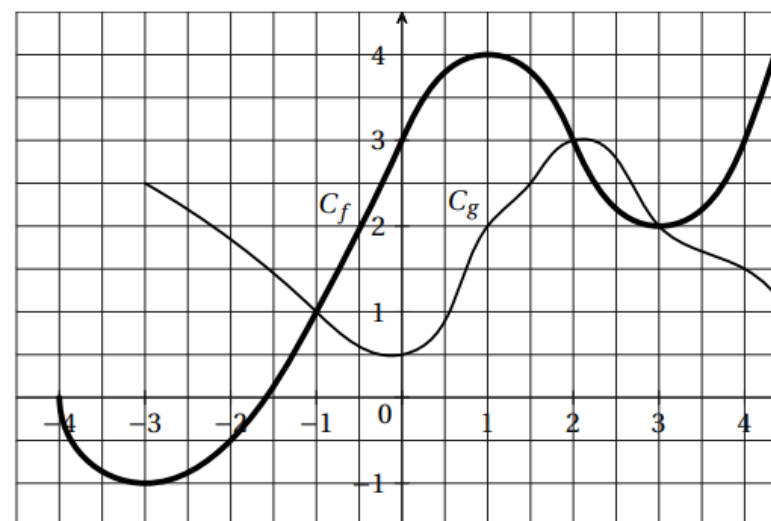
Exercice 21

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = -x^2 + 4x - 3$

1. Déterminer les images de 0, de -1 et de $\frac{1}{2}$ par f
2. Déterminer les antécédents éventuels de -3 , puis de 1 par f .
3. Compléter le tableau ci-dessous :

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)$							

Exercice 22



1. Quel est l'ensemble de définition des fonctions f et g ?
2. Dresser les tableaux de variations de f et g .
3. Les fonctions f et g admettent-elles des extremum? Si oui, lesquels?
4. Résoudre graphiquement les équations suivantes :
 - a) $f(x) = 3$ (justifier par une phrase)
 - b) $g(x) = 0$
5. Résoudre graphiquement les équations suivantes :
 - a) $f(x) \leq 2$
 - b) $f(x) > g(x)$