

# Les nombres réels – Fiche de cours

## 1. Rappels du collège

### a. Ensemble des entiers naturels $\mathbb{N}$

L'ensemble des entiers naturels se note  $\mathbb{N}$ . Il s'agit des valeurs entières positives.

On utilise la notation suivante :  $\mathbb{N} = \{0 ; 1 ; 2 ; 3 \dots\}$

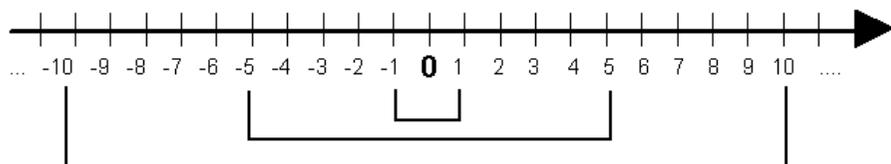
### b. Ensemble des entiers relatifs $\mathbb{Z}$

L'ensemble des entiers relatifs se note  $\mathbb{Z}$ . Il s'agit des valeurs entières positives et négatives. On utilise la notation suivante :  $\mathbb{Z} = \{\dots -3 ; -2 ; -1 ; 0 ; 1 ; 2 ; 3 \dots\}$

## 2. Ensemble des nombres réels $\mathbb{R}$

### a. La droite numérique

La droite numérique représente un ensemble continu et dense de points. Chacun de ses points a une abscisse ou adresse correspondant à un nombre réel.



### b. Notations $+\infty$ et $-\infty$

L'infini est une notion ou un concept qui n'a pas d'équivalent dans le monde physique. Il est noté  $\infty$ .

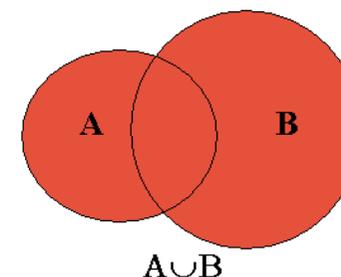
## c. Les intervalles de $\mathbb{R}$

L'intervalle noté ...	est l'ensemble des réels $x$ tels que ...	Représentation de cet intervalle sur une droite graduée
$[a ; b]$	$a \leq x \leq b$	
$]a ; b[$	$a < x < b$	
$]a ; b]$	$a < x \leq b$	
$[a ; b[$	$a \leq x < b$	
$[a ; +\infty[$	$a \leq x$	
$]a ; +\infty[$	$a < x$	
$]-\infty ; b]$	$x \leq b$	
$]-\infty ; b[$	$x < b$	

## d. La réunion d'intervalles

Soit A et B deux intervalles. La réunion des intervalles A et B est définie par :

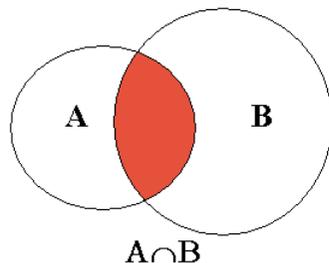
- L'ensemble des nombres réels qui appartiennent à « A ou à B ».
- La notation  $A \cup B$ .



### e. L'intersection d'intervalles

Soit A et B deux intervalles. L'intersection des intervalles A et B est définie par :

- L'ensemble des nombres réels qui appartiennent à « A et à B ».
- La notation  $A \cap B$ .



### 3. Les valeurs absolues

#### a. La notation | |

- $|x| = x$  si  $x \geq 0$
- $|x| = -x$  si  $x < 0$

#### b. Propriétés

Soit x et y deux nombres réels

$$|x| \geq 0 \quad | -x | = |x|$$

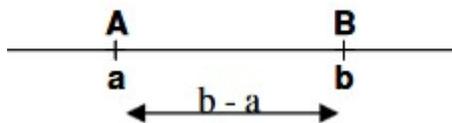
$$\sqrt{x^2} = |x| \quad |x| = |y| \text{ équivaut à } x=y \text{ ou } x=-y$$

$$|x \times y| = |x| \cdot |y| \quad \left| \frac{x}{y} \right| = \frac{|x|}{|y|} \text{ ssi } y \neq 0$$

#### c. Distance et valeur absolue

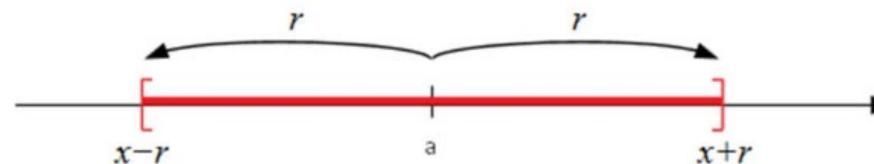
Soit a et b deux nombres réels. Sur la droite graduée, la distance entre les points A et B d'abscisses respectives a et b est le nombre :

$$AB = d(a; b) = |b - a|$$



### Propriété :

Soit  $a \in \mathbb{R}$  ; dire que x est tel que  $|x - a| \leq r$  signifie que  $x \in [a - r; a + r]$



### 4. Ensemble des nombres décimaux $\mathbb{D}$ , rationnels $\mathbb{Q}$ , et réels $\mathbb{R}$

#### a. Les nombres décimaux

Les nombres décimaux  $\mathbb{D}$  sont définis par :  $\frac{a}{10^n}$  avec  $a \in \mathbb{Z}$

#### b. Les nombres rationnels

Les nombres rationnels sont définis par :

$$\frac{a}{b} \text{ fraction irréductible avec } a \in \mathbb{Z} \text{ } b \in \mathbb{N}^*$$

#### c. Les nombres réels

##### - nombres irrationnels

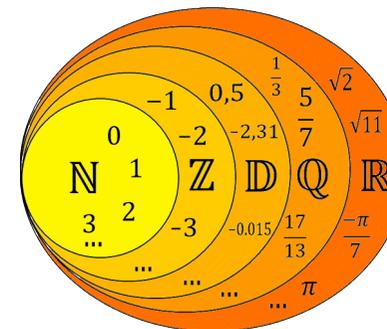
Les nombres réels  $\mathbb{R}$  qui ne sont pas rationnels sont irrationnels

Exemple :  $\sqrt{2}$   $\pi$

##### - classification des nombres

Les ensembles de nombres sont inclus les uns dans les autres :

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$$



## 5. Multiples et diviseurs

Soient  $a$  et  $b$  deux nombres entiers non nuls.

Si l'on a :  $a = k \times b$  avec  $k$  nombre entier

On dit que :

- $a$  est un multiple de  $b$
- $b$  est un diviseur de  $a$

Vocabulaire :

PGCD : plus grand commun diviseur

PPCM : plus petit commun multiple

Méthode : Déterminer tous les diviseurs d'un nombre entier  $N$

On teste la division entière avec tous les nombres entiers compris entre 1 et  $\sqrt{N}$

## 6. Critères de divisibilité

- divisibilité par 2 : le chiffre des unités est 0, 2, 4, 6 ou 8 (nombre pair)
- divisibilité par 3 : la somme des chiffres est un multiple de 3
- divisibilité par 4 : les deux derniers chiffres sont multiples de 4
- divisibilité par 5 : le chiffre des unités est 0 ou 5
- divisibilité par 9 : la somme des chiffres est un multiple de 9
- divisibilité par 10 : le chiffre des unités est 0

## 7. Les nombres premiers

Définition : Un nombre est premier s'il a 2 diviseurs 1 et lui-même.

Premiers nombres premiers : 2 3 5 7 11 13 17 19 23 29 31 37 41

Crible d'Eratostène : Le crible d'Eratostène indique les nombres premiers inférieurs à 100

- on écrit la liste de tous les nombres jusqu'à 100
- on élimine 1, on souligne 2 et on élimine tous les multiples de 2
- puis on fait de même avec 3, 5 et 7

Nombres premiers inférieurs à 100 .

	<u>2</u>	<u>3</u>	<u>5</u>	<u>7</u>	
11	13		17	19	
	23		29		
31			37		
41	43		47		
	53			59	
61			67		
71	73			79	
	83			89	
			97		

Décomposition en facteurs premiers :

Tout nombre entier  $n$  peut s'écrire comme un produit de nombres premiers

## 8. Parité des nombres

Nombres pairs : - Les nombres pairs positifs sont définis par  $n=2k$   $k \in \mathbb{N}$

- Le carré d'un nombre pair est un nombre pair et réciproquement

Nombres impairs : - Les nombres impairs positifs sont définis par  $n=2k+1$   $k \in \mathbb{N}$

- Le carré d'un nombre impair est un nombre impair et réciproquement

Propriétés : - la somme de 2 nombres pairs est un nombre pair

- la somme de 2 nombres impairs est un nombre pair

- la somme d'un nombre pair et d'un nombre pair est un nombre impair

## 9. Fractions irréductibles

Une fraction est dite irréductible, lorsque le diviseur commun au numérateur et au dénominateur est 1.

Méthode : Pour écrire une fraction sous forme irréductible on décompose le numérateur et le dénominateur sous la forme d'un produit de nombres premiers et on simplifie.