Coordonnées repérage – Exercices - Devoirs

Exercice 1

Soient les points $A(1;-2;10)$, $B(-5;0;8)$ $C(0;5;10)$ dans la base canonique cartésienne $(\vec{e_x};\vec{e_y};\vec{e_z})$

1. Représenter les points A, B et C dans le repère $(\vec{e_x};\vec{e_y};\vec{e_z})$
2. Déterminer l'angle $(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC})$; déterminer les coordonnées de D pour que ABDC soit un parallélogramme
3. Quelle est la surface du parallélogramme ABDC engendré par $(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC})$?
4. Déterminer les coordonnées de $\vec{u}$ et $\vec{v}$ tel que $\vec{u}=\frac{\overrightarrow{AB}}{\|\overrightarrow{AB}\|}$ et $\vec{v}=\frac{\overrightarrow{AC}}{\|\overrightarrow{AC}\|}$
5. Déterminer les coordonnées de $\vec{w}$ tel que $(\vec{u};\vec{v};\vec{w})$ représente une base orthonormée directe
6. Quelles sont les coordonnées de A, B, C dans la base cylindrique $(\vec{e_\rho};\vec{e_\phi};\vec{e_z})$ (arrondir les angles au degré près)
7. Quelles sont les coordonnées de A, B, C dans la base sphérique $(\vec{e_\rho};\vec{e_\theta};\vec{e_\phi})$ (arrondir les angles au degré près)

Exercice 2

Soient les points $A(5;6)$, $B(-1;3)$ $C(-5;0)$ dans la base canonique cartésienne B1 $(\vec{e_{x1}};\vec{e_{y1}})$

1. Représenter les points A, B et C
2. On réalise une rotation de $+\frac{\pi}{3}$ de la base canonique B1 ; on appelle B2 la nouvelle base ; déterminer les coordonnées de $(\vec{e_{x2}};\vec{e_{y2}})$ dans la base B1
3. Déterminer les coordonnées des points A, B et C dans B2

Exercice 3

Soit le point $A\left(\frac{5\sqrt{3}}{4};\frac{5}{4};\frac{5\sqrt{3}}{2}\right)$ dans la base canonique cartésienne $(\vec{e_x};\vec{e_y};\vec{e_z})$ et $B\left(5;\frac{\pi}{3};-\frac{\pi}{4}\right)$ dans la base sphérique $(\vec{e_\rho};\vec{e_\theta};\vec{e_\phi})$

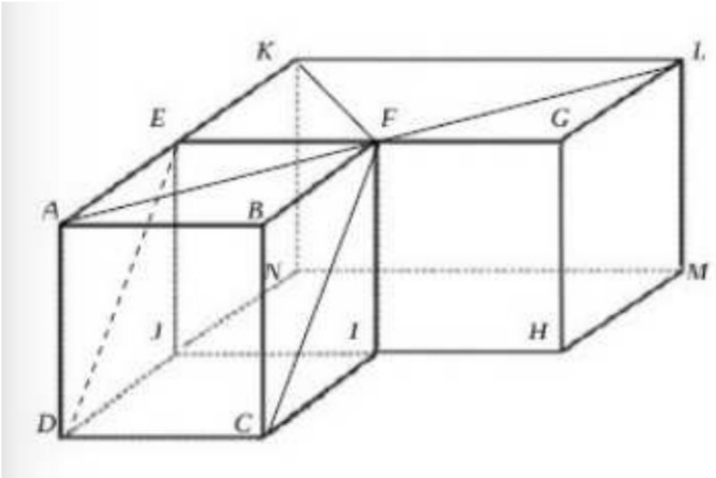
1. Quelles sont les coordonnées cylindriques de A ?
2. Quelles sont les coordonnées sphériques de A ?
3. Quelles sont les coordonnées cartésiennes de B ?
4. Quelles sont les coordonnées cylindriques de B ?
5. Combien vaut l'angle $(\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB})$ arrondi au degré près ?

Exercice 4

1. Soit A le point de coordonnées cylindriques $\rho=\sqrt{3}$, $\varphi=-\frac{\pi}{3}$ et $z=1$.
   (a) Faire un schéma et placer les valeurs de ρ, φ et z.
   (b) Donner les coordonnées cartésiennes du point A.
   (c) Donner les coordonnées sphériques du point A.
2. Soit B le point de coordonnées sphériques : $r=4$, $\theta=\frac{\pi}{6}$ et $\varphi=\frac{2\pi}{3}$.
   (a) Faire un schéma et placer les valeurs de r, θ et φ.
   (b) Donner les coordonnées cartésiennes du point B.
   (c) Donner les coordonnées cylindriques du point B.

Exercice 5

Sur la figure ci-dessous, $ABCDEFIJ$ est un cube et $EGHJKLMN$ est un parallélépipède rectangle tel que $HM = CI$ et $JH = 2JI$



1. Déterminer les coordonnées cartésiennes des points N , G, D et A : dans le repère $(J; \overrightarrow{JD}; \overrightarrow{JI}; \overrightarrow{JE})$.
2. Déterminer des coordonnées cylindriques des points C, B, I, F, K, D et L dans le repère $(J; \overrightarrow{JD}; \overrightarrow{JI}; \overrightarrow{JE})$.
3. Déterminer des coordonnées sphériques des points N, H, A, E, K, F et G dans le repère $(J; \overrightarrow{JD}; \overrightarrow{JI}; \overrightarrow{JE})$.

Exercice 6

Soient les points $A(-2;5)$, $B(2,-3)$ $C(-3;7)$ $D(1;-5)$ dans la base canonique cartésienne B1 $(\overrightarrow{e_{x1}}; \overrightarrow{e_{y1}})$

1. Représenter les points A, B et C
2. On réalise une rotation de $-\frac{5\pi}{6}$ de la base canonique B1 ; on appelle B2 la nouvelle base ; déterminer les coordonnées de $(\overrightarrow{e_{x2}}; \overrightarrow{e_{y2}})$ dans la base B1
3. Déterminer les coordonnées des points A, B, C et D dans B2

Exercice 7

Soient les points $A(-8;5;3)$, $B(2;1;-5)$ $C(-4;-1;9)$ dans la base canonique cartésienne $(\overrightarrow{e_x}; \overrightarrow{e_y}; \overrightarrow{e_z})$

1. Représenter les points A, B et C dans le repère $(\overrightarrow{e_x}; \overrightarrow{e_y}; \overrightarrow{e_z})$
2. Déterminer l'angle $(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC})$; déterminer les coordonnées de D pour que ABDC soit un parallélogramme
3. Quelle est la surface du parallélogramme ABDC engendré par $(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC})$?
4. Déterminer les coordonnées de $\vec{u}$ et $\vec{v}$ tel que $\vec{u} = \frac{\overrightarrow{AB}}{\|\overrightarrow{AB}\|}$ et $\vec{v} = \frac{\overrightarrow{AC}}{\|\overrightarrow{AC}\|}$
5. Déterminer les coordonnées de $\vec{w}$ tel que $(\vec{u}; \vec{v}; \vec{w})$ représente une base orthonormée directe
6. Quelles sont les coordonnées de A, B, C dans la base cylindrique $(\overrightarrow{e_\rho}; \overrightarrow{e_\phi}; \overrightarrow{e_z})$ (arrondir les angles au degré près)
7. Quelles sont les coordonnées de A, B, C dans la base sphérique $(\overrightarrow{e_\rho}; \overrightarrow{e_\theta}; \overrightarrow{e_\phi})$ (arrondir les angles au degré près)