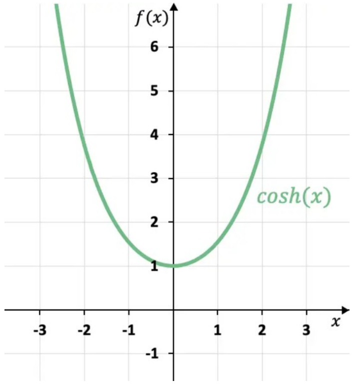
Fonctions hyperboliques et réciproques – Fiche de cours

1. Fonction cosh x

a. Définition

La fonction $\cosh x$ est définie sur $\mathbb{R}$ par :



$$\cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$$

b. Dérivée

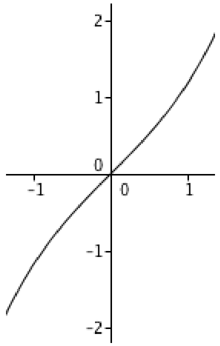
La fonction $\cosh x$ a pour dérivée sur $\mathbb{R}$:

$$(\cosh x)' = \frac{e^x - e^{-x}}{2} = \sinh x$$

2. Fonction sinh x

a. Définition

La fonction $\sinh x$ est définie sur $\mathbb{R}$ par :



$$\sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$$

b. Dérivée

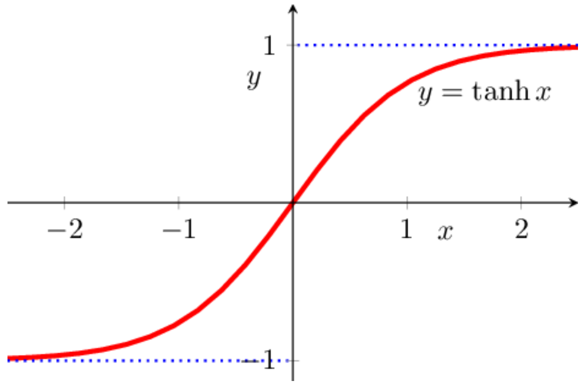
La fonction $\sinh x$ a pour dérivée sur $\mathbb{R}$:

$$(\sinh x)' = \frac{e^x + e^{-x}}{2} = \cosh x$$

3. Fonction tanh x

a. Définition

La fonction $\tanh x$ est définie sur $\mathbb{R}$ par :



$$\tanh x = \frac{\sinh x}{\cosh x} = \frac{e^{2x} - 1}{e^{2x} + 1}$$

b. Dérivée

La fonction $\tanh x$ a pour dérivée sur $\mathbb{R}$:

$$(\tanh x)' = \frac{1}{\cosh^2 x} = 1 - \tanh^2 x$$

4. Formulaire

$\cosh^2 x - \sinh^2 x = 1$ $\quad \cosh x + \sinh x = e^x$ $\quad \cosh x - \sinh x = e^{-x}$

$$\frac{1}{\cosh^2 x} = 1 - \tanh^2 x$$

5. Fonction argcosh x

a. Définition

La fonction $argcosh\,x$ est définie sur $[1\,;+\infty[$ par :

$$argcosh\,x = \ln\left(x + \sqrt{x^2-1}\right)$$

b. Dérivée

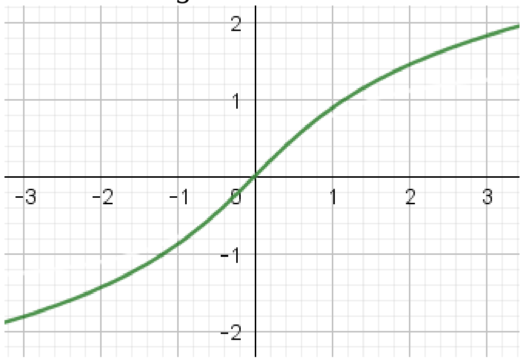
La fonction $argcosh\,x$ a pour dérivée sur $]1\,;+\infty[$:

$$\left(argcosh\,x\right)' = \frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$$

6. Fonction argsinh x

a. Définition

La fonction $argsinh\,x$ est définie sur $\mathbb{R}$ par :



$$argsinh\,x = \ln\left(x + \sqrt{x^2+1}\right)$$

b. Dérivée

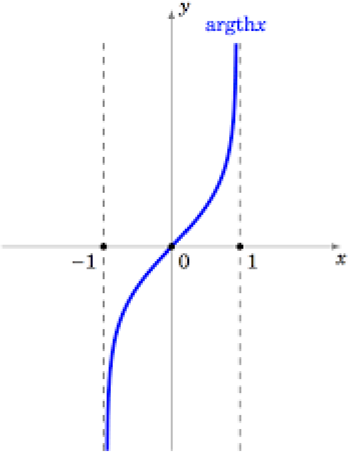
La fonction $argsinh\,x$ a pour dérivée sur $\mathbb{R}$:

$$\left(argsinh\,x\right)' = \frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$$

7. Fonction argtanh x

a. Définition

La fonction $argtanh\,x$ est définie sur $]-1\,;1[$ par :



$$argtanh\,x = \frac{1}{2}\ln\frac{1+x}{1-x}$$

b. Dérivée

La fonction $argtanh\,x$ a pour dérivée sur $]-1\,;1[$:

$$\left(argtanh\,x\right)' = \frac{1}{1-x^2}$$