

# Fonctions trigonométriques – Fiche de cours

## 1. Fonction cos x

### a. Définition et propriétés

$\cos x$  est l'abscisse d'un point M situé sur le cercle trigonométrique

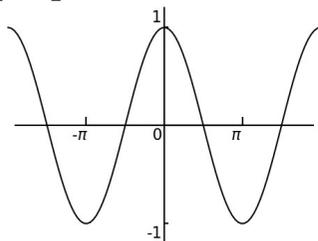
- **domaine de définition** :  $\cos x$  est définie  $\forall x \in \mathbb{R}$
- **propriété** :  $\forall x \in \mathbb{R} \quad -1 \leq \cos x \leq 1$
- **périodicité** :  $\cos x = \cos(x + 2\pi)$  fonction  $2\pi$ -périodique
- **parité** :  $\cos x = \cos(-x)$  fonction paire
- **signe** :  $\cos x \geq 0$  pour  $x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$
- **dérivée** :  $(\cos x)' = -\sin x \quad (\cos(u))' = -u' \cdot \sin(u)$
- **limite** :  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - 1}{x} = 0$

### b. Tableau de variations

Etude réduite à  $x \in [0; \pi]$  car  $\cos x$  fonction paire et  $2\pi$ -périodique

| x                  | 0 | $\pi$ |
|--------------------|---|-------|
| $f'(x) = -\sin(x)$ |   | -     |
| $f(x) = \cos(x)$   | 1 | -1    |

### c. Représentation graphique



### d. Autres formules

$$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b \quad \cos(a-b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$$

## 2. Fonction sin x

### a. Définition et propriétés

$\sin x$  est l'ordonnée d'un point M situé sur le cercle trigonométrique

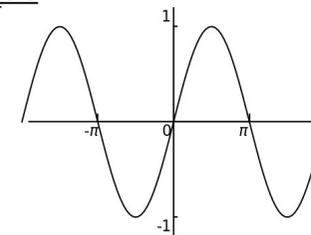
- **domaine de définition** :  $\sin x$  est définie  $\forall x \in \mathbb{R}$
- **propriété** :  $\forall x \in \mathbb{R} \quad -1 \leq \sin x \leq 1$
- **périodicité** :  $\sin x = \sin(x + 2\pi)$  fonction  $2\pi$ -périodique
- **parité** :  $\sin x = -\sin(-x)$  fonction impaire
- **signe** :  $\sin x \geq 0$  pour  $x \in [0; \pi]$
- **dérivée** :  $(\sin x)' = \cos x \quad (\sin(u))' = u' \cdot \cos(u)$
- **limite** :  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$

### b. Tableau de variations

Etude réduite à  $x \in [0; \pi]$  car  $\sin x$  fonction impaire et  $2\pi$ -périodique

| x                 | 0  | $\frac{\pi}{2}$ | $\pi$ |
|-------------------|----|-----------------|-------|
| $f'(x) = \cos(x)$ |    | +               | -     |
| $f(x) = \sin(x)$  | -1 | 1               | -1    |

### c. Représentation graphique



### d. Autres formules

$$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b \quad \sin(a-b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b$$

### 3. Fonction $\tan x$

#### a. Définition et propriétés

$\tan x$  est le rapport de l'ordonnée et de l'abscisse d'un point M situé sur le cercle trigonométrique :  $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$

- **domaine de définition** :  $\tan x$  est définie  $\forall x \in \mathbb{R} \setminus \left\{ (2k+1)\frac{\pi}{2}; k \in \mathbb{Z} \right\}$

- **périodicité** :  $\tan x = \tan(x + \pi)$  fonction  $\pi$ -périodique

- **parité** :  $\tan x = -\tan(-x)$  fonction impaire

- **dérivée** :  $(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x} = 1 + \tan^2 x$      $(\tan u)' = u'(1 + \tan^2 u)$

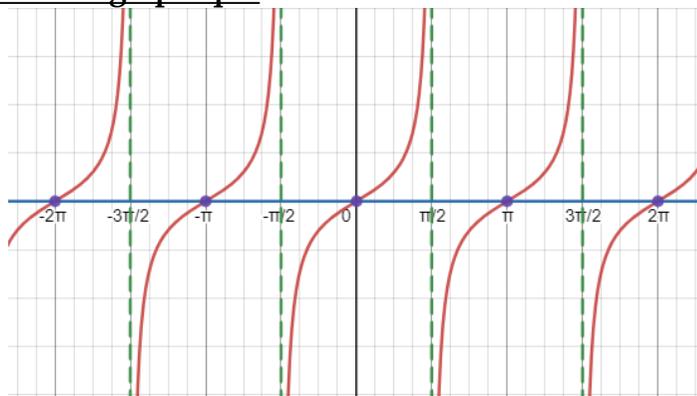
- **limite** :  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x} = 1$

#### b. Définition et propriétés

Etude réduite à  $x \in [0; \frac{\pi}{2}]$  car  $\tan x$  fonction impaire et  $\pi$ -périodique

|             |                  |                 |
|-------------|------------------|-----------------|
| $x$         | $-\frac{\pi}{2}$ | $\frac{\pi}{2}$ |
| $(\tan x)'$ | +                |                 |
| $\tan x$    | $-\infty$        | $+\infty$       |

#### c. Représentation graphique



#### d. Autres formules

$$\tan(a+b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \tan b} \quad \tan(a-b) = \frac{\tan a - \tan b}{1 + \tan a \tan b}$$