Systèmes d'équations linéaires – Fiche de cours

1. Systèmes linéaires

Un système linéaire est composé de plusieurs équations du premier degré liées à plusieurs variables

$$(E) \begin{cases} 3x+4y-z=8 & L_1 \\ x+y+z=6 & L_2 \\ 2x-y+3z=9 & L_3 \end{cases}$$

2. Méthode du pivot de Gauss

On résout le système linéaire par équivalence (sans perte d'hypothèse), en le rendant triangulaire par la méthode des combinaisons linéaires (obtenir une seule inconnue sur la dernière ligne) ; par remontée du système on résout toutes les inconnues

$$\begin{cases} 3x + 4y - z = 8 & L_1 \\ x + y + z = 6 & L_2 \\ 2x - y + 3z = 9 & L_3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 4y - z = 8 & L_1 \\ y - 4z = -10 & L'_2 \leftarrow L_1 - 3L_2 \\ y - z = -1 & L'_3 \leftarrow 2L_1 - 3L_3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x+4y-z=8 & L_1 \\ x+y+z=6 & L'_2 \\ z=3 & L''_3 \leftarrow L'_2 - L'_3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 & L_1 \\ y=2 & L'_2 \\ z=3 & L''_3 \end{cases}$$