Biophysique de la circulation – Fiche de cours

1. Mécanique des fluides parfaits

a. Formes de pression dans un fluide

En un point donné du fluide la pression peut être décomposée en 3 catégories :

- pression statique :

Pour un fluide au repos la pression statique vaut : $P_{Statique} = p$

- pression hydrostatique :

Pour un fluide de masse volumique ρ placé à l'altitude z_A dans le champ de pesanteur, la pression hydrostatique vaut

$$P_{Hydrostatique} = \rho g z_A$$

- pression dynamique :

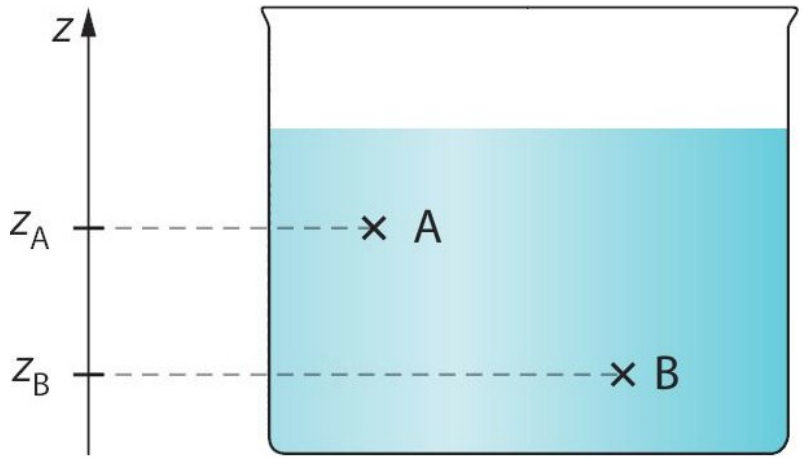
Pour un fluide de masse volumique ρ se déplaçant à la vitesse v dans le champ de pesanteur, la pression dynamique vaut :

$$P_{Dynamique} = \frac{1}{2} \rho v^2$$

b. Loi fondamentale de la statique des fluides (Loi de Pascal)

Pour un fluide incompressible de masse volumique ρ dans un champ de pesanteur uniforme g, pour 2 points A et B d'altitudes respectives z_A et z_B :

$$P_{Statique} + P_{hydrostatique} = Constante \quad \text{soit} \quad P_A + \rho g z_A = P_B + \rho g z_B$$



La loi de la statique des fluides s'énonce par : $P_B - P_A = \rho g (z_A - z_B)$

c. Unités

Les unités utilisées pour mesurer la pression sont :

$1\,N.m^{-2} = 1\,Pa$; $1\,\text{Bar} = 10^5\,Pa$; $1\,atm = 1{,}013\,\text{Bar}$

$1\,mm\,Hg = 133{,}3\,Pa$ ou $1\,atm = 760\,mm\,Hg / cm^2$

d. Dynamique d'un liquide

- Débit volumique

Le débit volumique est défini par :

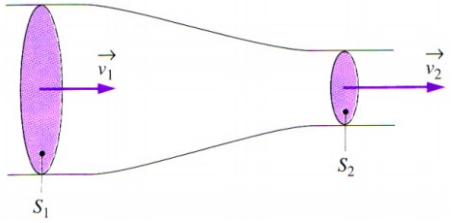
$$D_v = \frac{V}{\Delta t}$$ unité en m³.s^{-1} V en m³ Δt en s

Pour un écoulement incompressible, $D_v = v \cdot S$ v en m.s^{-1} S en m²

Pour un écoulement permanent , il y a conservation du débit volumique.

- Equation de continuité

Pour l'écoulement permanent d'un fluide :

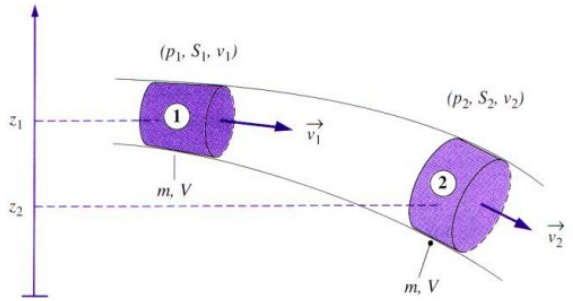


$$D_{v1} = D_{v2} \quad \text{ou} \quad v_1 S_1 = v_2 S_2$$

- Relation de Bernouilli

Pour un fluide parfait incompressible et en écoulement permanent, entre 2 états la somme des pressions statiques, hydrostatique et dynamique est constante :

$$P_{Statique} + P_{hydrostatique} + P_{dynamique} = Constante$$

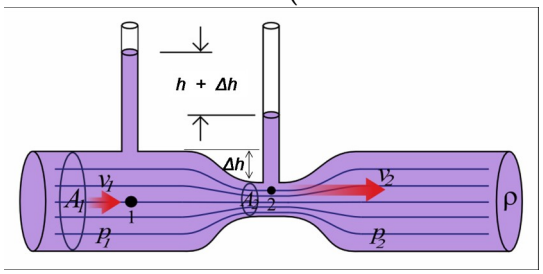


La relation de Bernouilli s'énonce par :

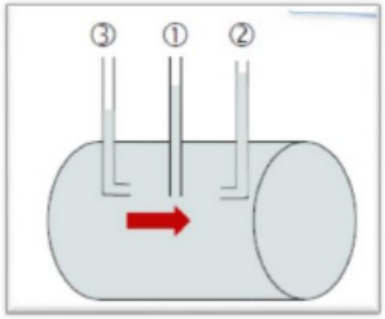
$$\frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g z_1 + p_1 = \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g z_2 + p_2 = E$$

On appelle E la charge du liquide ; pour un fluide parfait, et incompressible, la charge est constante

- Conséquences du théorème de Bernouilli
  - si v =0 alors on se ramène au cas de Pascal (statique des fluides)
  - effet Venturi ; dans un fluide parfait et incompressible, lorsque la section diminue :
    - la vitesse du fluide augmente (équation de continuité)
    - la pression du fluide diminue (relation de Bernouilli)



- pression terminale 2 (face au fluide) : $P_{Statique} + P_{hydrostatique} + P_{dynamique}$
- pression latérale 1 (parallèle au fluide) : $P_{Statique} + P_{hydrostatique}$
- pression d'aval 3(dos au fluide) : $P_{latérale} - 0{,}8\,\rho v^2$



2. Mécanique des fluides réels

a. Mise en évidence

L'écoulement des liquides réels comme le sang s'accompagne de frottements internes (dissipation thermique)
La perte de charge est liée à la viscosité d'un fluide (résistance à l'écoulement)
La force de frottement est donnée par la relation de Newton :

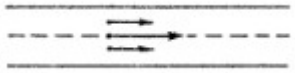
$$F = \eta S \frac{\Delta v}{\Delta x} \qquad \eta \, en \, Pa.s \text{ ou en } Poiseuille$$

- liquide newtonien : on peut appliquer la relation de Newton car le coefficient de viscosité ne dépend pas du taux de cisaillement
- liquide non newtonien : on ne peut pas appliquer la relation de Newton car le coefficient de viscosité dépend du taux de cisaillement

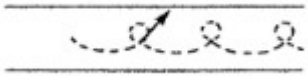
b. Régimes d'écoulement

- Les 2 régimes d'écoulement

Lorsque le débit est faible le régime est laminaire (vecteur vitesse parallèle au sens de l'écoulement



Lorsque le débit est fort, il apparaît des tourbillons, le régime est turbulent



- Nombre de Reynolds

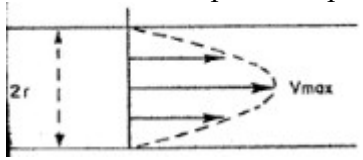
On définit le nombre de Reynolds pour caractériser le type d'écoulement

$$\mathrm{Re} = \frac{\rho v D}{\eta}$$

- *si* η<2000 le régime est laminaire
- *si* 2000<η<3000 le régime est instable
- *si* η>3000 le régime est turbulent

c. Loi de Poiseuille (régime laminaire)

Le profil des vitesses d'écoulement est parabolique



$$v_{max} = \frac{r^2}{4\eta}\frac{\Delta E}{\Delta L} \qquad v_{moy} = \frac{v_{max}}{2} \qquad D = \frac{\pi}{8}\frac{1}{\eta}\frac{r^4}{\Delta L}\Delta E \qquad \Delta E = \frac{8}{\pi}\eta\frac{\Delta L}{r^4}D$$

r rayon du conduit en mètre
D débit en m³ /s

d. Caractéristiques du régime turbulent

- Le profil des vitesses d'écoulement n'est pas parabolique
- la perte de charge n'est plus proportionnelle au débit
- les tourbillons augmentent la perte de charge en créant des frottements supplémentaires
- le régime turbulent est bruyant (vibrations acoustiques)

e. Sédimentation – Loi de Stockes

Lorsqu'un objet de masse volumique ρ_1 est en mouvement dans un fluide visqueux de masse volumique ρ_2 , il en résulte une force de frottement $f = 6\pi\eta r v$; avec $v = v_{max} = \frac{2}{9}r^2(\rho_1 - \rho_2)\frac{g}{\eta}$