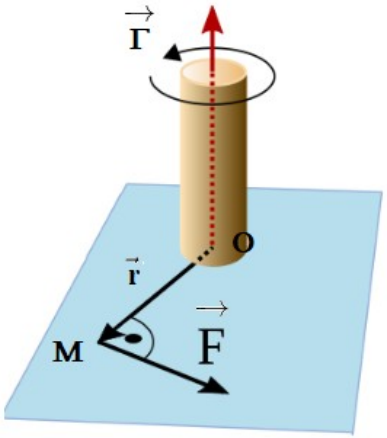
Magnétostatique et RMN – Fiche de cours

1. Notion de moment

a. Moment d'une force

Le moment $\vec{\Gamma}$ d'une force $\vec{F}$ est défini comme la capacité à créer un mouvement de rotation autour d'un axe



$$\vec{\Gamma} = \vec{r} \wedge \vec{F}$$

- direction perpendiculaire au plan $(\overrightarrow{OM}, \vec{F})$
- sens de sorte que le trièdre $(\overrightarrow{OM}, \vec{F}, \vec{\Gamma})$ soit direct
- norme $\Gamma = OM \cdot F \sin(\overrightarrow{OM}, \vec{F})$

b. Moment d'inertie

Le moment d'inertie d'un système physique est une grandeur qui caractérise son inertie lors d'un mouvement de rotation

Pour un objet ponctuel situé à une distance r de l'axe de rotation :

$$M = m.r^2$$

c. Moment angulaire ou cinétique

Le moment angulaire ou cinétique est le moment de la quantité de mouvement

$$\vec{L} = \vec{r} \wedge m\vec{v} \quad \text{avec} \quad \omega = \frac{v}{r} \quad \text{en rad.s}^{-1} \quad \text{on a} \quad L = M\,\omega$$

d. Théorème du moment cinétique

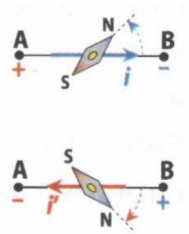
Le théorème du moment cinétique s'énonce par :

$$\vec{\Gamma} = \frac{d\vec{L}}{dt}$$

2. Source de champ magnétique statique

a. Expérience d'Oersted

En 1819 Oersted démontre l'existence d'un lien entre champ électrique et champ magnétique



Une aiguille aimantée est déviée sous l'action d'un courant électrique

b. Loi de Biot et Savart

En 1820 Biot et Savart démontrent l'expression infinitésimale d'un champ magnétique induit par un conducteur électrique :

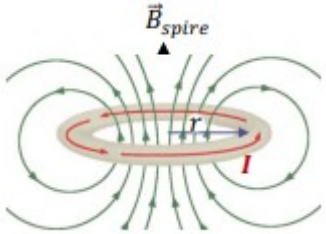
$$\overrightarrow{dB} = \frac{\mu_0 \cdot I}{4\pi} \frac{\vec{dl} \wedge \vec{u}}{d^2}$$

L'unité du champ magnétique est le Tesla (T)

$$\mu_0 = 4\pi.10^{-7} T.m.A^{-1}$$

c. Champ magnétique créé par une bobine

Une bobine de rayon r à N tours de conducteur parcourue par un courant I constant génère un champ magnétique défini par :



$$B = \mu_0 \cdot \frac{N \cdot I}{2r}$$

Des courants électriques intenses sont nécessaires pour les appareils IRM (champs magnétiques de 1,5 à 3 T)

Les supraconducteurs ont été découverts en 1911 par K. Onnes (à partir d'une certaine température la résistance électrique d'un matériau vaut $0\,\Omega$; ils permettent de diminuer les pertes par effet Joule en utilisant des courants électriques élevés

d. Risques liés aux champs magnétiques

Les champs magnétiques intenses ne produisent pas d'effet indésirable sur le corps humain

Des règles strictes sont appliquées concernant tout objet ferromagnétique intracorporel (prothèse, balle, stimulateur)

3. Interaction d'un champ magnétique statique

a. Interaction sur une particule chargée en mouvement

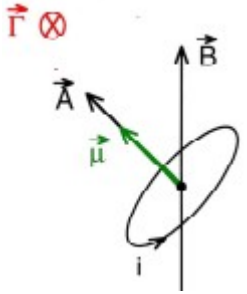
Une particule de charge q animée d'une vitesse $\vec{v}$ et placée dans un champ magnétique $\vec{B}$ est soumise à la force de Lorentz :

$$\vec{F} = q \cdot \vec{v} \wedge \vec{B}$$ (unité en Newton N)

b. Interaction sur une boucle de courant

Une boucle de courant se comporte comme une aiguille aimantée

Une spire parcourue par un courant de surface i placé dans un champ magnétique $\vec{B}$ est soumise à un moment de force :



$$\vec{\mu} = i \cdot \vec{A}$$
$$\vec{\Gamma} = i \cdot \vec{A} \wedge \vec{B} = \vec{\mu} \wedge \vec{B}$$

Le moment d'une particule magnétique $\vec{\mu}$ peut s'écrire : $\vec{\mu} = \gamma \vec{J}$

avec $\gamma = \frac{q}{2m}$ le rapport gyromagnétique et $\vec{J}$ moment angulaire

c. Interaction sur le moment magnétique d'une particule

Selon le théorème du moment cinétique : $\vec{\Gamma} = \frac{d\vec{J}}{dt} = \vec{\mu} \wedge \vec{B}$

Il en résulte un mouvement oscillatoire (équation différentielle d'ordre 2) dont la pulsation (vitesse angulaire de précession) est définie par :

$$\omega = \gamma \cdot B$$

La fréquence de précession (ou fréquence de Larmor) est définie par :

$$\nu = \frac{\gamma}{2\pi} \cdot B$$

4. Résonance magnétique nucléaire

a. Noyaux concernés

Noyau	*Spin*	$\frac{\gamma}{2\pi}$(MHz/T)
$^{1}_{1}H$	1/2	42,6
$^{12}_{6}C$	0	-
$^{13}_{6}C$	1/2	10,7
$^{14}_{7}N$	1	3,08
$^{16}_{8}0$	0	-
$^{31}_{15}P$	1/2	17,2

b. Action d'un champ magnétique statique sur une population de spin

- orientation des moments magnétiques

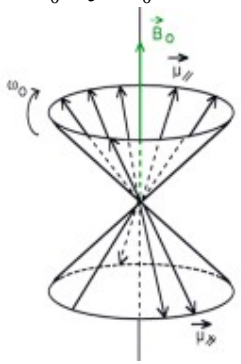
Pour un nombre I de spin de noyau (multiple de 1/2), il existe $2I+1$ états magnétiques

Pour les noyaux d'hydrogène $I=\frac{1}{2}$ il y a 2 populations :

- moment magnétique parallèle $\mu\uparrow$ (la plus importante)
- moment magnétique antiparallèle $\mu\downarrow$

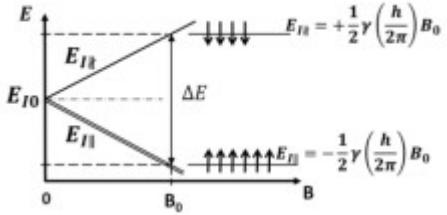
- mise en précession des noyaux

Sous l'action d'un champ magnétique $\vec{B}_0$, les moments magnétiques entrent en précession autour de la direction de $\vec{B}_0$ à la fréquence ν_0 ; $\omega_0=\gamma\cdot B_0$



- aspect énergétique

Sous l'action d'un champ magnétique $\vec{B}_0$, la population de noyaux d'hydrogènes se sépare en 2 catégories :



L'effet Zeeman se caractérise par :

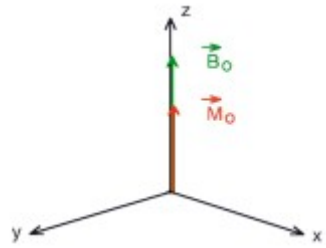
$$E\uparrow=-\frac{1}{2}h\nu_0 \qquad E\downarrow=\frac{1}{2}h\nu_0 \qquad \Delta E=E\downarrow-E\uparrow=h\nu_0$$

- aimantation résultante

L'aimantation macroscopique résultante est définie par :

$$\vec{M}_0=\sum\vec{\mu}\uparrow+\sum\vec{\mu}\downarrow \qquad M_0\approx N\cdot\Delta E$$

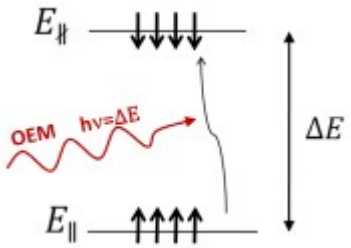
Sous l'action d'un champ magnétique $\vec{B}_0$, $\vec{M}_0 // \vec{B}_0$



c. Excitation par une OEM

- fréquence de résonance

Une onde électromagnétique de fréquence ν_0 peut modifier l'équilibre magnétique des noyaux en précession



- domaine du spectre électromagnétique

Le rayonnement utilisé en IRM est non ionisant $\Delta E < 13{,}6\ eV$
L'énergie déposée par l'OEM est dissipée dans les tissus sous forme thermique

- débit d'absorption spécifique

Le débit d'absorption spécifique (DAS ou SAR) est la puissance absorbée par unité de masse de tissu biologique sous l'effet d'une onde RF

La norme de sécurité est fixée à 4W/kg sur l'ensemble du corps durant 15 min

c. Bascule de l'aimantation

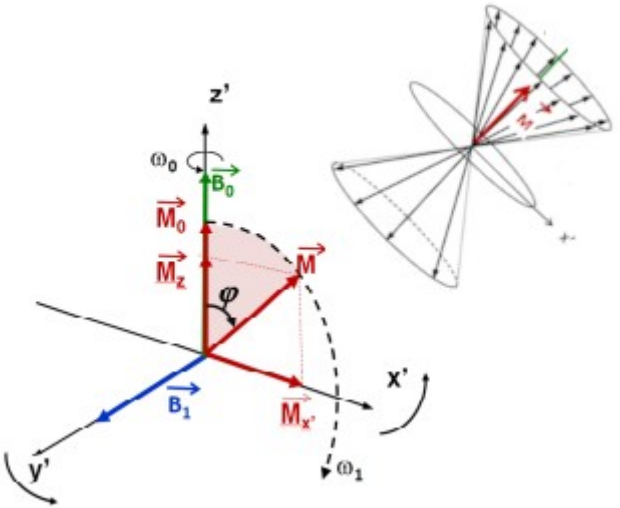
Un champ $\vec{B_1}$ tournant autour de $\vec{B_0}$ à la fréquence ν_0 est généré par l'onde RF

Selon le principe du moment cinétique : $\frac{d\vec{M}}{dt} = \gamma \vec{M} \wedge \vec{B_1}$

Il en résulte un mouvement oscillatoire (équation différentielle d'ordre 2) dont la pulsation (vitesse angulaire) est définie par :

$$\omega_1 = \gamma \cdot B_1$$

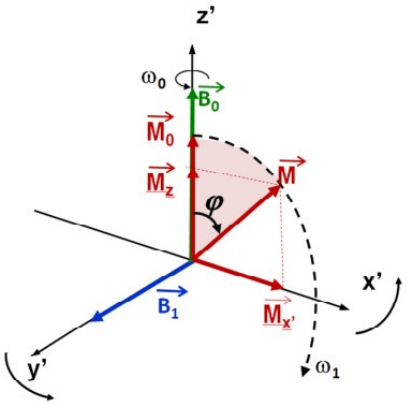
L'onde électromagnétique appliquée durant une impulsion Δt crée une bascule de l'aimantation $\vec{M}$ d'un angle ϕ ; $\phi = \omega_1 \cdot \Delta t$



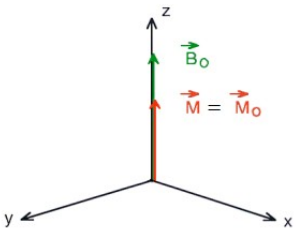
5. Relaxation et contraste en IRM

Après l'excitation par une OEM, la résonance cesse et le système revient à son état d'équilibre initial (appelé relaxation).

a. Orientation de l'aimantation résultante M



Début de relaxation

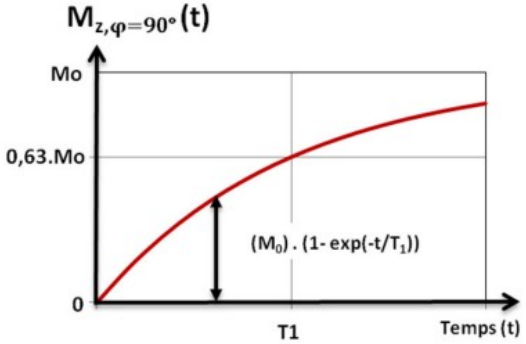


Fin de relaxation

b. Temps de relaxation longitudinale

Pendant la relaxation, on assiste à une repousse de Mz (composante longitudinale de l'aimantation).

- Impulsion à 90°



$$M_{z,\varphi=90°}(t) = M_0\left(1 - e^{-t/T1}\right)$$

T_1 est appelé temps de relaxation longitudinal

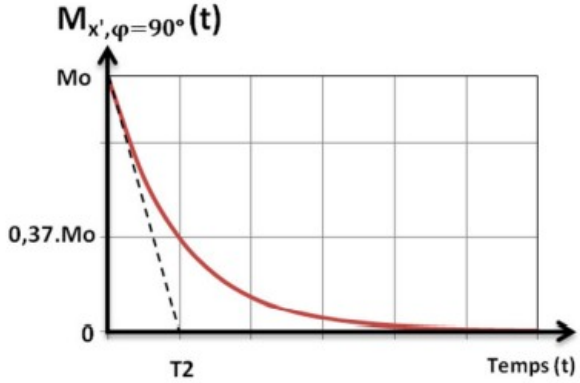
- Impulsion quelconque

$$M_z(t) = M_0\left(1 - (1 - \cos\varphi)\, e^{-t/T1}\right)$$

c. Temps de relaxation transversale

Pendant la relaxation, on assiste à une disparition de Mx' (composante transversale de l'aimantation).

- Impulsion à 90°



$$M_{x',\varphi=90°}(t) = M_0\, e^{-t/T2}$$

T_2 est appelé temps de relaxation transversal

- Impulsion quelconque

$$M_{x'}(t) = M_0\, \sin\varphi\, e^{-t/T2}$$

d. Comparaison de T_1 et T_2

- T_1 traduit l'environnement tissulaire des protons (viscosité du milieu) ; temps de relaxation spin-réseau
- T_2 traduit l'interaction des protons entre-eux au niveau moléculaire ; temps de relation spin-spin
- en général $T_2 \leq T_1$

e. Notion de contraste en IRM

L'image physique obtenue est une combinaison de 3 paramètres :

- densité de protons (teneur en eau)
- temps de relaxation T_1
- temps de relaxation T_2

Selon le type de tissus et le caractère pathologique ou sain, on obtient une image plus ou moins claire / contrastée

Tissu	C_{eau}	T1 (ms)	T2 (ms)
Eau	1	3000	3000
Liquide céphalo-rachidien	0,97	2400	160
Substance grise	0,84	920	100
Substance Blanche	0,72	550	90

Pour 2 tissus différents :

- T_1 augmente lorsque l'image devient plus claire
- T_2 augmente lorsque l'image devient plus foncée
- si $T_{1A}<T_{1B}$ alors $T_{2A}<T_{2B}$

Une lésion augmente T_1 et T_2