Complément de dérivation – Exercices – Devoirs

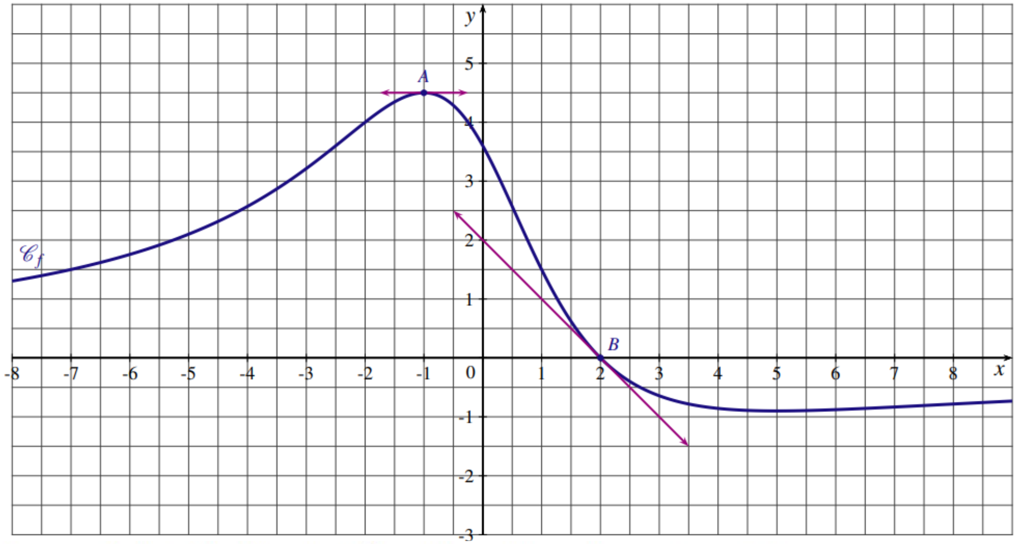
Exercice 1

PARTIE A

Sur le graphique ci-dessous, on a tracé la courbe représentative $\mathscr{C}_f$ d'une fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$.
On sait que :

— La tangente au point $A\left(-1;\frac{9}{2}\right)$ à la courbe $\mathscr{C}_f$ est parallèle à l'axe des abscisses.

— La tangente au point $B\,(2;0)$ à la courbe $\mathscr{C}_f$ passe par le point de coordonnées $(0;2)$.



On note f' la dérivée de la fonction f. À partir du graphique et des renseignements fournis :

1. Déterminer $f'(-1)$ et $f'(2)$.
2. La tangente à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 1 a pour équation $y=-2x+\frac{7}{2}$.
   Déterminer $f(1)$ et $f'(1)$.
3. Pour chacune des affirmations ci-dessous, dire si elle est vraie ou si elle est fausse en justifiant votre choix.
   a) $f'(0)\times f'(3)\leqslant 0$.
   b) $f'(-3)\times f'(1)\leqslant 0$.

PARTIE B

La fonction f est définie pour tout réel x par $f(x)=\dfrac{18-9x}{x^2+5}$.

1. Montrer que pour tout réel x, $f'(x)=\dfrac{9\left(x^2-4x-5\right)}{\left(x^2+5\right)^2}$.
2. a) Étudier le signe de $f'(x)$.
   b) Donner le tableau de variations de la fonction f.
3. Déterminer une équation de la tangente (T) à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse (-2).

Exercice 2

Préciser le domaine de définition, la dérivée et dresser le tableau de variation des fonctions suivantes :

1. $f(x)=\sqrt{x+\dfrac{1}{x}}$
2. $f(x)=\sqrt{x^2-3x+5}$
3. $f(x)=\left(x^3+2x^2+3x+4\right)^5$
4. $f(x)=e^{x^2-5x+4}$
5. $f(x)=e^{\frac{x+2}{x-7}}$

Exercice 3

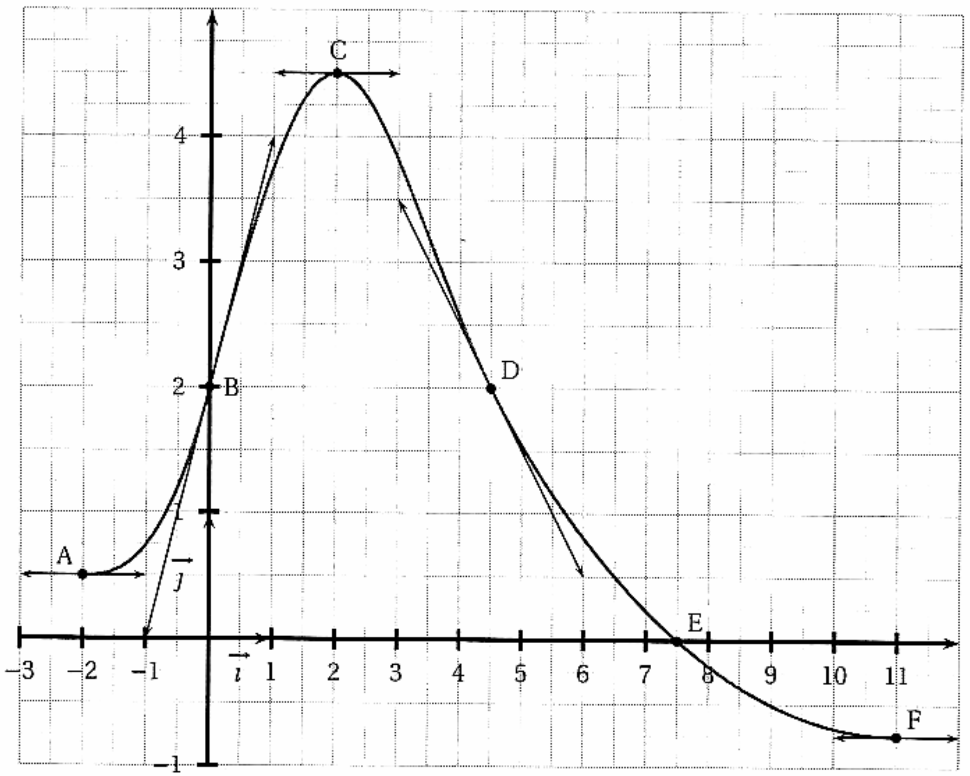
Pour les fonctions suivantes :

- déterminer l'ensemble de définition
- déterminer la fonction dérivée
- réduire au même dénominateur lorsque cela est possible

1. $f(x)=-5x^8-9x^3+x-2$
2. $f(x)=\dfrac{-5}{x^5}$
3. $f(x)=\dfrac{4}{1-3x}$
4. $f(x)=\dfrac{2x^2-x+1}{-x^2+x+2}$

Exercice 4

On considère la fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[-2\,;\,11]$, et on donne sa courbe représentative $\mathscr{C}_f$ dans un repère orthogonal $\left(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$, figure ci-dessous.



On sait que la courbe $\mathscr{C}_f$ passe par les points A$(-2\,;\,0{,}5)$, B$(0\,;\,2)$, C$(2\,;\,4{,}5)$, D$(4{,}5\,;\,2)$, E$(7{,}5\,;\,0)$ et F$(11\,;\,-0{,}75)$.
Les tangentes à la courbe $\mathscr{C}_f$ aux points A, B, C, D et F sont représentées sur la figure.
On utilisera les informations de l'énoncé et celles lues sur la figure pour répondre aux questions.

1. $f'(0)$ est égal à :

A : $\dfrac{1}{2}$ **B :** 2   **C :** 4

2. $f'(x)$ est strictement positif sur l'intervalle :

A : $]0\,;\,11[$ **B :** $]0\,;\,7{,}5[$ **C :** $]-2\,;\,2[$

3. Une équation de la tangente à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point D est :

A : $y = -x + 6{,}5$ **B :** $y = x - 6{,}5$ **C :** $y = -2x + 11$

Exercice 5

Déterminer la fonction dérivée des fonction f suivantes en ayant précisé auparavant l'ensemble sur lequel la fonction f est dérivable. On réduira au même dénominateur si nécessaire et l'on factorisera lorsque cela est possible.

1) $f(x) = 5x^3 - 2x^2 + 3x - 5$
2) $f(x) = \dfrac{-3x}{x^2+1}$
3) $f(x) = 4x + 3 + \dfrac{9}{x-2}$
4) $f(x) = x\sqrt{x+3}$
5) $f(x) = (5x^2 + 2x + 3)^4$
6) $f(x) = \sqrt{\dfrac{x+1}{2-x}}$

Exercice 6

Dans chaque cas, calculer $f'(x)$ pour tout $x \in \mathbb{R}$. On ne demande pas de justifier la dérivabilité de f sur $\mathbb{R}$.

1. $f : x \mapsto (1 + e^x)^4$.

2. $f : x \mapsto \sqrt{1 + x + x^2}$.