Probabilités conditionnelles – Fiche de cours

1. Conditionnement

a. Probabilités conditionnelles

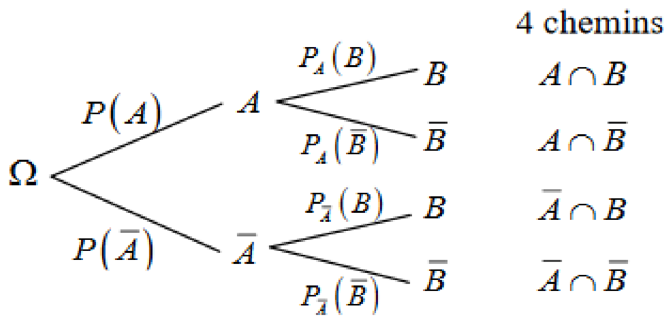
Définition

Soient A et B deux événements d'un univers Ω

On appelle probabilité conditionnelle de l'événement A sachant B le réel :

$$P_B(A)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}$$

b. Arbre pondéré



Les branches sont pondérées par des probabilités conditionnelles

La somme des probabilités issues d'un même sommet (ou partition) est égale à 1

c. Probabilités totales

Partition :

Les événements A_1, A_2, … A_n forment une partition d'un univers Ω ssi :

- les événements A_1, A_2, … A_n sont 2 à 2 disjoints
- $A_1\cup A_2\cup\ldots A_n=\Omega$

Définition :

Soit A_1, A_2, … A_n une partition d'un univers Ω, alors :

$$P(B)=P(B\cap A_1)+P(B\cap A_2)+\ldots+P(B\cap A_n)$$

$$P(B)=P(A_1)\times P_{A_1}(B)+P(A_2)\times P_{A_2}(B)+\ldots+P(A_n)\times P_{A_n}(B)$$

2. Indépendance

a. Evénements indépendants

Définition :

Soit A et B deux événements de probabilité non nulle

A et B sont indépendants lorsque la réalisation de l'un ne change pas la réalisation de l'autre

Deux événements A et B sont indépendants ssi :

$$P(A\cap B)=P(A)\times P(B)$$

Lorsque A et B sont deux événements indépendants, alors :

- $\overline{A}$ et B sont indépendants
- A et $\overline{B}$ sont indépendants
- $\overline{A}$ et $\overline{B}$ sont indépendants

3. Inversement du conditionnement

L'inférence bayésienne est un inversement du conditionnement

$$P_B(A)=\frac{P(A\cap B)}{P(A\cap B)+P(\overline{A}\cap B)}$$