

Statistiques à 2 variables – Fiche de cours

1. Série statistique à 2 variables

a. Définition (nuage de points)

On définit une série statistique double en observant deux critères sur une même population de dimension n :

$$x = (x_1, x_2, \dots, x_n) \quad y = (y_1, y_2, \dots, y_n)$$

Valeur x_i	x_1	x_2	$\dots$	x_n
Valeur y_i	y_1	y_2	$\dots$	y_n

L'ensemble des points de coordonnées (x_i, y_i) , rapportés dans un repère, forme le nuage de points de la série (x, y) .

b. Point moyen

Le point moyen G de la série statistique est défini par $G(\bar{x}; \bar{y})$:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad \text{et} \quad \bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i$$

c. Variance, écart type

Les variances de x et y sont définies par :

$$\text{Var}(X) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \quad \text{Var}(Y) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2$$

Les écarts type de x et y sont définies par :

$$\sigma(X) = \sqrt{\text{Var}(X)} \quad \sigma(Y) = \sqrt{\text{Var}(Y)}$$

d. Covariance

La covariance de x et y est définie par :

$$\text{cov}(X, Y) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) \cdot (y_i - \bar{y})$$

2. Ajustement par la méthode des moindres carrés

a. Coefficient de corrélation

On définit le coefficient de corrélation de X et Y par :

$$r = \frac{\text{cov}(X, Y)}{\sigma(X) \cdot \sigma(Y)} \quad -1 \leq r \leq 1$$

Lorsque $|r| \approx 1$ le nuage de points peut être approché par une droite d'ajustement linéaire

Lorsque $|r| \approx 0$ le nuage de points ne peut pas être approché par une droite d'ajustement linéaire

b. Ajustement linéaire

La droite de régression linéaire par la méthode des moindres carrés a pour expression :

$$y = ax + b \quad \text{avec} \quad a = \frac{\text{cov}(X, Y)}{\text{var}(X)} \quad \text{et} \quad b = \bar{y} - a\bar{x}$$

Le point moyen $G(\bar{x}; \bar{y})$ est placé sur la droite de régression linéaire

c. Autres ajustements

En posant un changement de variables adapté, il est possible de définir d'autres types d'ajustements :

- exponentiel
- polynomial