Combinatoire et dénombrement – Exercices – Devoirs

Exercice 1 **corrigé disponible**

Deux filles et trois garçons se prénomment Alice, Brigitte, Christophe, David et Eric. On écrit chaque prénom sur un carton et on place les cinq cartons dans une urne. On tire au hasard un premier carton de l'urne puis, sans le remettre, un deuxième carton. On obtient ainsi un couple de prénoms.

1.Déterminer le nombre de couples de prénoms qu'il est possible d'obtenir de cette manière.

2. Déterminer le nombre de 2-uplets: « obtenir deux prénoms féminins ».

On tire un troisième carton

3. Déterminer le nombre de 3-uplets : « obtenir deux prénoms masculins et un prénom féminin ».

Exercice 2 **corrigé disponible**

Une urne contient 7 boules, 5 noires et 2 rouges, indiscernables au toucher.
On extrait les 7 boules l'une après l'autre.
On appelle tirage la suite de 7 extractions de boules.

1. Combien y a-t-il de tirages possibles ?
2. Déterminer le nombre de tirages pour lesquels la première boule tirée est rouge.
3. Déterminer le nombre de tirages pour lesquels la première boule tirée est noire et la deuxième boule tire est rouge.
4. Déterminer le nombre de tirages pour lesquels la première boule noire arrive en troisième position.

Exercice 3 **corrigé disponible**

On souhaite peindre un train de n wagons avec p couleurs ($p \leq n$) de telle sorte que deux wagons consécutifs n'aient pas la même couleur.
On note T(n,p) le nombre de possibilités.

1. Calculer T(n,2).
2. Combien a-t-on de couleurs possibles en fonction de p pour peindre le premier wagon sachant que le train n'est pas peint ?
3. Combien a-t-on de couleurs possibles pour peindre le deuxième wagon sachant que seul le premier wagon est peint ?
4. Combien a-t-on de couleurs possibles pour peindre le troisième wagon sachant que seuls les 2 premiers wagons sont peint ?
5. En itérant le raisonnement, combien a-t-on de couleurs possibles pour peindre le k-ième wagon sachant que seuls les k-1 premiers wagons sont peints ?
6. Calculer alors T(n,p).

Exercice 4 **corrigé disponible**

On dispose de trois crayons de couleurs (bleu, rose et vert) et on colorie les quatre éléments du modèle : le chapeau, le corsage, la jupe et les chaussures.

1. De combien de façons peut-on colorier cette figure ?
2. En admettant que toutes les combinaisons ont la même probabilité d'être tirées au sort, évaluer la probabilité qu'une figure tirée au hasard ait un corsage colorié en vert.

Exercice 5 **corrigé disponible**

Les 35 élèves d'une classe sont répartis en 4 catégories selon leur taille.
La catégorie 1 contient 7 élèves, la catégorie 2 en contient 5, la catégorie 3 en contient 9 et la catégorie 4 en contient 14.

1. Combien peut-on former de groupes de 7 élèves avec tous les élèves de la classe ?
2. Combien y a-t-il de groupes de 7 élèves formés par des élèves de catégorie 1 ? De catégorie 3 ?
3. Combien y a-t-il de groupes de 7 élèves contenant exactement 3 élèves de catégorie 1 et 2 élèves de catégorie 2 ?

Exercice 6 **corrigé disponible**

Une urne contient 8 boules blanches et 6 boules noires, chaque boule ayant la même probabilité d'être tirée.

1. On tire simultanément de l'urne 5 boules. Quelle est la probabilité d'obtenir :
   - 3 blanches et 2 noires ?
   - des boules de couleurs différentes ?
2. On tire successivement 5 boules avec remise de chaque boule tirée. Quelle est la probabilité d'avoir :
   - 3 boules blanches puis 2 noires ?

Exercice 7 **corrigé disponible**

Une urne contient 5 boules rouges, 4 noires, 3 vertes. On tire quatre boules dans cette urne simultanément

1. Quel est le nombre de tirages possibles ?
2. Déterminer le nombre de cas suivant :
   a. obtenir trois boules rouges.
   b. obtenir quatre boules de la même couleur.
   c. obtenir quatre boules de couleurs différentes.

Exercice 8 **corrigé disponible**

1. Démontrer par le calcul l'égalité suivante pour p et n entier positif avec $p \leq n-2$:

$$\binom{n}{p} = \binom{n-2}{p} + 2\binom{n-2}{p-1} + \binom{n-2}{p-2}$$

2. Démontrer les égalités suivantes :

$$\binom{n}{p} = \binom{n}{n-p} \quad \text{et} \quad \binom{n}{p} = \binom{n-1}{p-1} + \binom{n-1}{p}$$

Exercice 9 **corrigé disponible**

Un sac contient 13 jetons indiscernables au toucher, 3 jetons noirs marqués A, B et C et 10 jetons blancs numérotés de 1 à 10. On extrait simultanément 5 jetons au hasard. On considère les 3 événements suivants :

R : « Obtenir les 3 jetons noirs parmi les 5 jetons extraits ».
S : « Obtenir le jeton marqué C parmi les 5 jetons extraits ».
T : « Obtenir au moins un jeton noir parmi les 5 jetons extraits ».
Calculer le nombre de cas de R, S et T

Exercice 10 **corrigé disponible**

On rappelle qu'une anagramme d'un mot est un autre mot qui contient les mêmes lettres. Par exemple REVISE et SERVIE sont des anagrammes. Une anagramme peut avoir un sens ou non.

1. Combien CHERS a-t-il d'anagrammes ? Combien CHERE a-t-il d'anagrammes ?
2. Combien CHERCHER a-t-il d'anagrammes ?
3. Combien RECHERCHER a-t-il d'anagrammes ?

Exercice 11 **corrigé disponible**

Une porte est munie d'un digicode dont le clavier porte les touches 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C et D.

Un code est constitué de 3 chiffres et de 2 lettres (éventuellement identiques). Chacune des lettres est intercalée entre les chiffres (par exemple « 2C9A1 »).

Combien de codes peut-on constituer avec ces règles ?

Exercice 12 **corrigé disponible**

1. Deux équipes de hockeys de 12 et 15 joueurs échangent une poignée de main à la fin d'un match : chaque joueur d'une équipe serre la main de chaque joueur de l'autre équipe. Combien de poignées de main ont été échangées ?
2. Soit A l'ensemble des nombres de quatre chiffres, le premier étant non nul.
   a. Calculer le nombre d'éléments de A.
   b. Dénombrer les éléments de A :
      - composés de quatre chiffres distincts
      - composés d'au moins deux chiffres identiques
      - composés de quatre chiffres distincts autres que 5 et 7

Exercice 13 corrigé disponible

1. Un questionnaire à choix multiples, autorisant une seule réponse par question, comprend 15 questions. Pour chaque question, on propose 4 réponses possibles. De combien de façons peut-on répondre à ce questionnaire ?
2. Raymond Queneau a écrit un ouvrage intitulé Cent mille milliards de poèmes Il est composé de 10 pages contenant chacune 14 vers Le lecteur peut composer son propre poème de 14 vers en prenant le premier vers de l'une des 10 pages puis le deuxième vers de l'une des 10 pages et ainsi de suite jusqu'au quatorzième vers. Justifier le titre de l'ouvrage
3. En informatique, on utilise le système binaire pour coder les caractères. Un bit (binary digit : chiffre binaire) est un élément qui prend la valeur 0 ou la valeur 1. Avec 8 chiffres binaires (un octet), combien de caractères peut-on coder ?
4. Combien peut-on former de numéros de téléphone à 8 chiffres ? Combien peut-on former de numéros de téléphone à 8 chiffres ne comportant pas le chiffre 0 ?

Exercice 14 corrigé disponible

1. A l'occasion d'une compétition sportive groupant 18 athlètes, on attribue une médaille d'or, une d'argent, une de bronze. Combien y-a-t-il de distributions possibles (avant la compétition, bien sûr…) ?
2. Un groupe d'élèves de terminale constitue le bureau de l'association " Bal des Terms : le succès ". Ce bureau est composé d'un président, d'un secrétaire et d'un trésorier. Combien y a-t-il de bureaux possibles ? (il y a 24 élèves dans la classe)
3. Six personnes choisissent mentalement un nombre entier compris entre 1 et 6.
   a. Combien de résultats peut-on obtenir ?
   b. Combien de résultats ne comportant pas deux fois le même nombre peut-on obtenir ?

Exercice 15 corrigé disponible

Calculer simplement $\binom{5}{1}+\binom{5}{2}+\binom{5}{3}+\binom{5}{4}$

Exercice 16 corrigé disponible

1. Les nombres 5, -1 et 3 constituent la solution d'un système de trois équations à trois inconnues. Donner tous les triplets différents qui peuvent être la solution de ce système
2. Au loto, il y a 49 numéros. Une grille de loto est composée de 6 de ces numéros. Quel est le nombre de grilles différentes ?
3. Paolo et Claude font partie d'un club de 18 personnes. On doit former un groupe constitué de cinq d'entre elles pour représenter le club à un spectacle.
   a. Combien de groupes de 5 personnes peut-on constituer ?
   b. Dans combien de ces groupes peut figurer Paolo ?
   c. Paolo et Claude ne pouvant se supporter, combien de groupes de 5 personnes peut-on constituer de telle façon que Paolo et Claude ne se retrouvent pas ensemble ?

Exercice 17 corrigé disponible

1. À l'aide du triangle de Pascal, lire $\binom{7}{4}$, $\binom{5}{2}$, $\binom{5}{3}$ et $\binom{5}{4}$.
2. Démontrer que si $n \geq 2$ et $0 \leq k \leq n-2$, alors on la relation suivante

$$\binom{n+2}{k+2} = \binom{n}{k} + 2\binom{n}{k+1} + \binom{n}{k+2}$$

Exercice 18 corrigé disponible

1) Interpréter $\binom{6}{1}$ et en donner la valeur.
2) On suppose connu que $\binom{6}{2} = 15$. En déduire $\binom{7}{2}$.
3) Comment obtenir facilement $\binom{7}{5}$?

Exercice 19 corrigé disponible

Les propositions suivantes sont-elles vraies ou fausses ?

1) $\binom{12}{9} = \binom{12}{3}$
2) $\binom{8}{4} = 2\binom{7}{3}$
3) $\binom{9}{5} = 3\binom{8}{5}$

Exercice 20 corrigé disponible

Donner les valeurs sans calculatrice :

$\binom{25}{0}$; $\binom{23}{22}$; $\binom{15}{15}$; $\binom{2013}{1}$

Exercice 21 corrigé disponible

Calculer avec la calculatrice :

$$\binom{52}{4} \;;\; \binom{24}{20} \;;\; \binom{13}{7} \;;\; \binom{2013}{\mathbf{2011}}$$

Exercice 22 corrigé disponible

A l'aide du triangle de Pascal, démontrer que $\binom{2}{2}+\binom{3}{2}+\binom{4}{2}+\binom{5}{2}+\binom{6}{2}=\binom{7}{3}$

Exercice 23 corrigé disponible

A l'aide du triangle de Pascal, donner les valeurs de

$$\binom{6}{2} \;;\; \binom{6}{3} \;;\binom{6}{4} \text{ et } \binom{6}{5}$$

Exercice 24 corrigé disponible

a) Combien y a-t-il de facons de réaliser des équipes de 3 à partir de 5 personnes?

b) On donne les valeurs suivantes :

$\binom{9}{2}$	$\binom{9}{3}$	$\binom{9}{4}$
36	84	126

donner les valeurs de :

$$\binom{9}{0} \quad \binom{9}{5} \quad \binom{9}{6} \quad \text{et} \quad \binom{10}{5}$$

Exercice 25 corrigé disponible

A. Un sac contient 3 boules blanches, 4 boules noires et 1 boule rouge, indiscernables au toucher. On tire, au hasard, successivement, trois boules du sac, en remettant chaque boule tirée dans le sac avant le tirage suivant.

Question 1 : La probabilité de tirer trois boules noires est :

a. $\dfrac{\binom{4}{3}}{\binom{8}{3}}$ **b.** $\dfrac{9}{8}$ **c.** $\left(\dfrac{1}{2}\right)^3$ **d.** $\dfrac{4\times3\times2}{8\times7\times6}$

Question 2 : Sachant que Jean a tiré 3 boules de la même couleur, la probabilité qu'il ait tiré 3 boules rouges est :

a. 0 **b.** $\left(\dfrac{1}{8}\right)^3$ **c.** $\dfrac{23}{128}$ **d.** $\dfrac{1}{92}$

Exercice 26 corrigé disponible

1. Une urne comporte cinq boules noires et trois boules rouges indiscernables au toucher.

On extrait simultanément trois boules de l'urne. Quelle est la probabilité d'obtenir deux boules noires et une boule rouge?

$\boxed{A}$ $\dfrac{75}{512}$ $\boxed{B}$ $\dfrac{13}{56}$ $\boxed{C}$ $\dfrac{15}{64}$ $\boxed{D}$ $\dfrac{15}{28}$

Exercice 27 corrigé disponible

Une urne contient 8 boules indiscernables au toucher, 5 sont rouges et 3 sont noires.

1. On tire au hasard simultanément 3 boules de l'urne.

a. La probabilité de tirer 3 boules noires est :

A. $\dfrac{1}{56}$ **B.** $\dfrac{1}{120}$ **C.** $\dfrac{1}{3}$

b. La probabilité de tirer 3 boules de la même couleur est :

A. $\dfrac{11}{56}$ **B.** $\dfrac{11}{120}$ **C.** $\dfrac{16}{24}$

3. On tire successivement et sans remise deux boules dans cette urne. On note :

— R_1 l'évènement : « La première boule tirée est rouge » ;
— N_1 l'évènement : « La première boule tirée est noire » ;
— R_2 l'évènement : « La deuxième boule tirée est rouge » ;
— N_2 l'évènement : « La deuxième boule tirée est noire ».

a. La probabilité conditionnelle $P_{R_1}(R_2)$ est :

A. $\dfrac{5}{8}$ **B.** $\dfrac{4}{7}$ **C.** $\dfrac{5}{14}$

b. La probabilité de l'évènement $R_1 \cap N_2$ est :

A. $\dfrac{16}{49}$ **B.** $\dfrac{15}{64}$ **C.** $\dfrac{15}{56}$

c. La probabilité de tirer une boule rouge au deuxième tirage est :

A. $\dfrac{5}{8}$ **B.** $\dfrac{5}{7}$ **C.** $\dfrac{3}{28}$

d. La probabilité de tirer une boule rouge au premier tirage sachant qu'on a obtenu une boule noire au second tirage est :

A. $\dfrac{15}{56}$ **B.** $\dfrac{3}{8}$ **C.** $\dfrac{5}{7}$

Exercice 28 **corrigé disponible**

On a demandé à 200 personnes les langues étrangères qu'elles pratiquaient parmi anglais, espagnol et italien :

- soit A l'ensemble des personnes parlant l'anglais
- soit E l'ensemble des personnes parlant l'espagnol
- soit I l'ensemble des personnes parlant l'italien

De plus :

- 80 personnes pratiquent l'anglais
- 60 personnes pratiquent l'espagnol
- 60 personnes pratiquent l'italien
- 12 personnes pratiquent l'anglais et l'espagnol
- 15 personnes pratiquent l'anglais et l'italien
- 17 personnes pratiquent l'espagnol et l'italien
- 37 personnes ne parlent aucune langue étrangère

Combien de personnes pratiquent :

- 3 langues
- 2 langues
- 1 langue
- au moins une langue

Exercice 29 **corrigé disponible**

Application 1 : On dispose de fleurs jaunes, roses, rouges et bleues et on souhaite faire un bouquet de dix fleurs. Combien de bouquets différents peut-on constituer ?

Application 2 : Combien de triplets $(x\,;y\,;z)$ d'entiers naturels tels que $x+y+z=50$ existe-t-il ?

Exercice 30 **corrigé disponible**

Une classe de 30 élèves, 12 filles et 18 garçons, doit élire un comité composé d'un président, un vice-président et un secrétaire.

a. Combien de comités peut-on constituer ?

b. Combien de comités peut-on constituer sachant que le poste de secrétaire doit être occupé par une fille ?

c. Quel est le nombre de comités pour lesquels le président et le vice-président sont de sexes différents ?

Exercice 31 **corrigé disponible**

Dans un lot de 20 pièces fabriquées, 4 sont mauvaises ; on tire au hasard 4 pièces . De combien de façon différentes peut-on en prélever dans les cas suivants :

a. les 4 pièces sont bonnes

b. Une au moins d'entre elles est mauvaise.

c. Deux au moins sont mauvaises.

Exercice 32 **corrigé disponible**

On choisit 5 cartes dans un jeu de 32. Combien y a-t-il de résultats comprenant :

1. exactement 2 valets ;
2. aucun as ;
3. au moins 3 dames ;
4. 2 trèfles et 3 carreaux ;
5. 2 cartes d'une couleur et trois de l'autre ;
6. au moins un roi ;

Exercice 33 **corrigé disponible**

On tire successivement sans remise 4 boules d'un sac contenant 10 boules : 3 vertes et 7 jaunes. Déterminer le nombre de tirages permettant d'obtenir :

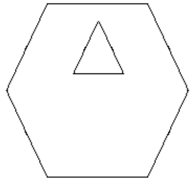
a. 4 boules jaunes ;
b. 4 boules vertes ;
c. 3 jaunes et 1 verte dans cet ordre ;
d. au moins 3 vertes ;
e. au plus 3 jaunes.

Exercice 34 **corrigé disponible**

Calculer le nombre d'anagrammes formées avec les lettres des mots PERE, THEOREME, ANANAS.

Exercice 35 **corrigé disponible**

Un enfant dispose de 9 jetons numérotés de 1 à 9 et d'une feuille reproduisant la figure ci-dessous (sans les jetons !).



Il doit placer 5 jetons dans l'hexagone dont 2 dans le triangle.

1. Calculer le nombre de répartitions possibles suivant qu'il adopte l'une ou l'autre des stratégies suivantes

   Stratégie 1 : choix des 2 jetons à placer dans le triangle puis choix des 3 jetons à placer en dehors du triangle.

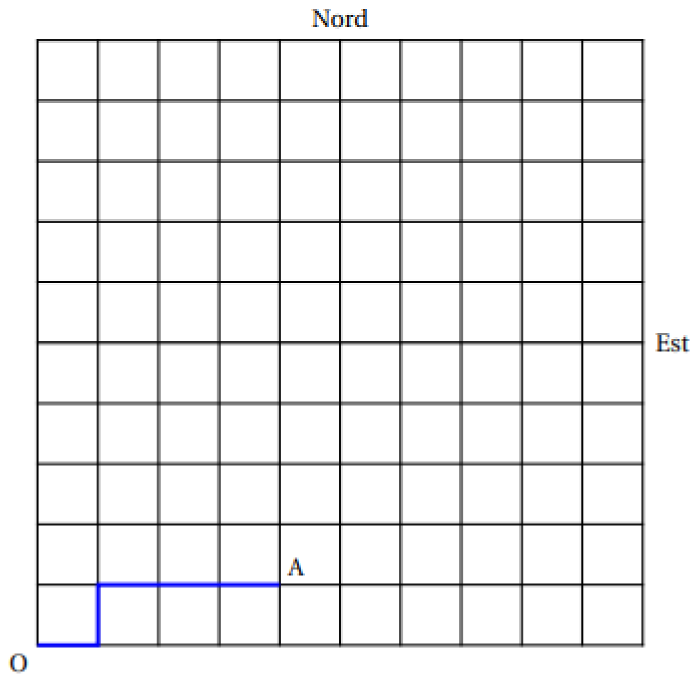
   *Stratégie 2 :*choix des 5 jetons à placer dans l'hexagone et choix parmi ceux-ci des 2 à placer dans le triangle.

   Que peut-on observer ?

2. On reprend la démarche précédente avec n jetons, dont p sont à placer dans l'hexagone, k d'entre eux prenant place dans le triangle.
   En déduire, pour $0\leq k\leq p\leq n$, l'égalité suivante :
$$\binom{n}{p}\times\binom{p}{k}=\binom{n}{k}\times\binom{n-k}{p-k}$$
   La vérifier par le calcul.

Exercice 36 **corrigé disponible**

Les rues d'une ville nouvelle sont structurées de telle sorte que les côtés de maisons sont des carrés superposables et les rues sont toutes parallèles ou perpendiculaires. On identifie le plan de la ville au quadrillage d'un carré de 10 unités sur 10 dans lequel on se repère avec des points à coordonnées entières qui correspondent aux carrefours :



Le point O a pour coordonnées $(0;0)$, le point A a pour coordonnées $(4;1)$.
On s'intéresse aux chemins partant de O et arrivant à un autre point M de coordonnées $(p\,;\,q)$ où p et q sont des entiers naturels tels que $p \leqslant 10$ et $q \leqslant 10$.

À chaque intersection, on ne peut aller que vers le nord (N) ou vers l'est (E).

Dans tout l'exercice, on décrit un chemin à l'aide d'un mot composé successivement des lettres N ou E qui indiquent dans l'ordre la direction à suivre à chaque intersection.
On appelle *longueur* d'un chemin le nombre de lettres employées pour le décrire.
Par exemple :
Pour se rendre en A, on peut suivre par exemple les chemins NEEEE ou ENEEE (marqué en gras sur la figure) ; ces deux chemins ont une longueur égale à 5.

Les deux parties peuvent être traitées indépendamment.

Partie A - Dénombrement

1. Donner la liste de tous les chemins permettant de se rendre en A.
2. Soit M un point de coordonnées $(p\,;q)$ où p et q sont des entiers naturels tels que $p \leqslant 10$ et $q \leqslant 10$.
   Exprimer, en fonction de p et q, la longueur des chemins qui permettent d'arriver en M.
3. Montrer qu'il y a $\binom{p+q}{p}$ chemins différents qui permettent d'arriver en M.
4. Dénombrer les chemins pour arriver au point C de coordonnées $(7;5)$.
5. Dénombrer les chemins pour arriver en C en passant par A.

Exercice 37 **corrigé disponible**

Dans une maison de retraite, 100 personnes jouent à différents jeux de société dont le Scrabble, le Bridge et le Yams.
34 préfèrent le Scrabble, 21 le Bridge et 26 le Yams.
Par ailleurs, 6 jouent uniquement au Bridge et au Yams, 5 jouent uniquement au Yams et au Scrabble et 8 jouent uniquement au Bridge et au Scrabble.
De plus 25 jouent uniquement au scrabble

1) Déterminer le nombre de personnes qui jouent aux trois jeux.
2) Déterminer le nombre de personnes qui jouent à d'autres jeux.
3) Déterminer le nombre de personnes qui ne jouent qu'à un seul de ces jeux.

Exercice 38 **corrigé disponible**

Dans un restaurant d'entreprise, le repas comporte une entrée, un plat et un dessert.
Le menu propose au choix trois entrées, deux plats et trois dessers.
De combien de manières peut-on composer un repas ?

Exercice 39 **corrigé disponible**

Le digicode d'un immeuble est composé des 5 chiffres de 1 à 5 et des lettres A, B et C.

1) a) Combien de codes contenant cinq caractères peut-on composer ?

b) Combien de codes à trois chiffres suivis deux lettres peut-on composer ?

c) Combien de codes à trois chiffres suivis deux lettres, commençant par 2 et finissant par C, peut-on composer ?

2) On suppose dans cette question que les chiffres et les lettres constituant le code sont tous distincts.

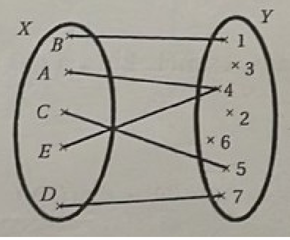
a) Combien de codes contenant 5 caractères peut-on composer ?

b) Combien de codes à trois chiffres suivis deux lettres peut-on composer ?

c) Combien de codes à trois chiffres suivis deux lettres, commençant par 2 et finissant par C, peut-on composer ?

Exercice 40 **corrigé disponible**

On joint chaque lettre de l'ensemble A à l'un quelconque des chiffres de l'ensemble B.



Combien y a-t-il de liaisons possibles dans chaque cas :

1. deux lettres distinctes sont reliées à des chiffres distincts ;
2. des lettres distinctes peuvent être reliées au même chiffre.

Exercice 41 **corrigé disponible**

1. De combien de façons 2 personnes peuvent-elles occuper 6 sièges alignés? en cercle?
2. De combien de façons peut-on placer 18 personnes autour d'une table ronde?
3. Les initiales d'une personne sont le couple formé par la première lettre de son prénom et la première lettre de son nom.
   Montrer que, dans un village d'au moins 677 habitants, il existe toujours deux personnes ayant les mêmes initiales.
4. Combien d'équipes de basket (5 joueurs) peut-on former avec les 35 élèves d'une classe?

Exercice 42 **corrigé disponible**

Un Q.C.M. est constitué de 8 questions. Pour chacune d'elles, 4 réponses sont proposées dont une seule est exacte.
Un candidat répond au hasard.

1. Déterminer le nombre de réponses possibles à ce Q.C.M.
2. a. Déterminer le nombre de cas où les réponses du candidat aux 6 premières questions sont exactes et aux deux autres fausses.
   b. Déterminer le nombre de cas où le candidat répond correctement à 6 questions.
3. Déterminer le nombre de cas où le candidat donne au moins 6 réponses exactes.
4. Le candidat est reçu s'il donne au-moins 6 réponses exactes. Qu'elle est la probabilité qu'il soit reçu en répondant au hasard?

Exercice 43 **corrigé disponible**

Pour entrer dans son immeuble Math doit composer un code à 5 caractères sur un clavier composé des dix chiffres et des lettres A et B.

1. Combien y a-t-il de codes composés de 4 chiffres puis d'une lettre.
2. Combien y a-t-il de codes composés de 4 chiffres et d'une lettre (non nécessairement à la fin).
3. Les chiffres 3 et 8 ne fonctionnent plus, combien y a-t-il de codes composés de 3 chiffres et de 2 lettres.

Exercice 44 **corrigé disponible**

Le codage «base64», utilisé en informatique, permet de représenter et de transmettre des messages et d'autres données telles que des images, en utilisant 64 caractères : les 26 lettres majuscules, les 26 lettres minuscules, les chiffres de 0 à 9 et deux autres caractères spéciaux.
On s'intéresse aux séquences de 4 caractères en base64.
Par exemple, « gP3g»est une telle séquence. Dans une séquence, l'ordre est à prendre en compte : les séquences «m5C2» et«5C2m» ne sont pas identiques.
1. Déterminer le nombre de séquences possibles.
2. Déterminer le nombre de séquences si l'on impose que les 4 caractères sont différents deux à deux.
3a. Déterminer le nombre de séquences ne comportant pas de lettre A majuscule
3b. En déduire le nombre de séquences comportant au moins une lettre A majuscule.
3c. Déterminer le nombre de séquences comportant exactement une fois la lettre A majuscule.
3d. Déterminer le nombre de séquences comportant exactement deux fois la lettre A majuscule

Exercice 45 **corrigé disponible**

Pour chacune des questions indiquer la réponse correcte
1. Soient E et F les ensembles E ={1; 2; 3; 4; 5; 6; 7} et F ={0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9}.
Il y a davantage de 3-uplets d'éléments distincts de E que de combinaisons à 4 éléments de F.

A. Vrai B. Faux

2. Un professeur enseigne la spécialité mathématiques dans une classe de 31 élèves de terminale. Il veut former un groupe de 5 élèves. De combien de façons différentes peut-il réaliser un tel groupe avec 5 élèves?

A. 31^5 C. $31+30+29+28+27$

B. $31\times30\times29\times28\times27$ D. $\binom{31}{5}$

3. Le professeur s'intéresse maintenant à l'autre spécialité des 31 élèves de son groupe :
- 10 élèves ont choisi la spécialité physique-chimie
- 20 élèves ont choisi la spécialité SES
- 1 élève a choisi la spécialité LLCE espagnol.

Il veut former un groupe de 5 élèves comportant exactement 3 élèves ayant choisi la spécialité SES. De combien de façons différentes peut-il réaliser un tel groupe ?

A. $\binom{20}{3}\times\binom{11}{2}$ C. $\binom{20}{3}+\binom{11}{2}$

B. $\binom{20}{3}$ D. $20^3\times11^2$

4. Dans une classe composée de 30 élèves, on peut former 870 binômes de délégués différents :

A. Vrai B. Faux

5. Dans une classe de terminale, il y a 18 filles et 14 garçons. On constitue une équipe de volley-ball en choisissant au hasard 3 filles et 3 garçons. Il y a 297 024 possibilités pour former une telle équipe :

A. Vrai B. Faux

6. Le code d'un immeuble est composé de 4 chiffres (qui peuvent être identiques) suivis de deux lettres distinctes parmi A, B et C (exemple : 1232BA). Il existe 20 634 codes qui contiennent au moins un 0

A. Vrai B. Faux

Exercice 46 **corrigé disponible**

Un sac opaque contient huit jetons numérotés de 1 à 8, indiscernables au toucher. À trois reprises, un joueur pioche un jeton dans ce sac, note son numéro, puis le remet dans le sac. Dans ce contexte, on appelle «tirage» la liste ordonnée des trois numéros obtenus. Par exemple, si le joueur pioche le jeton numéro 4, puis le jeton numéro 5, puis le jeton numéro 1, alors le tirage correspondant est (4 ; 5 ; 1).

1. Déterminer le nombre de tirages possibles.

2a. Déterminer le nombre de tirages sans répétition de numéro.

2b. En déduire le nombre de tirages contenant au moins une répétition de numéro.

On dispose de deux urnes opaques U_1 et U_2.

L'urne U_1 contient 4 boules noires et 6 boules blanches. L'urne U_2 contient 1 boule noire et 3 boules blanches.

On considère l'expérience aléatoire suivante : On pioche simultanément deux boules dans l'urne U_1 que l'on place dans l'urne U_2, puis on pioche au hasard une boule dans l'urne U_2.

3. Combien y a-t-il de tirages possibles de deux boules simultanément dans l'urne U_1?

4. Combien y a-t-il de tirages possibles de deux boules simultanément dans l'urne U_1 contenant exactement une boule blanche et une boule noire ?

5. Quelle est le nombre de cas pour tirer une boule noire dans l'urne U_2 ?

Exercice 47 **corrigé disponible**

Dans une classe de 25 élèves, 15 s'inscrivent à l'atelier théâtre, 8 à l'atelier musique au 4 à ces deux ateliers.

1. Déterminer le nombre d'élèves s'inscrivant dans au moins un des deux ateliers.

2. Combien d'élèves ne s'inscrivent ni à l'atelier théâtre, ni à l'atelier musique.

Exercice 48 **corrigé disponible**

Soient les événements suivants :

- M la spécialité Mathématiques,
- SP la spécialité Sciences physiques
- SVT la spécialité associée.

Les 36 élèves d'une classe de seconde choisissent leurs spécialités de première : 13 ont choisi M, 10 SP et 7 SVT. par ailleurs, 6 ont choisi M et SP, 2 M et SVT et 3 SP et SVT ; enfin 2 ont pris ces 3 spécialités.

Combien d'élèves n'ont pris aucune de ces 3 spécialités?

Exercice 49 **corrigé disponible**

On considère les mains de 5 cartes que l'on peut extraire d'un jeu de 52 cartes.

1. Combien y a-t-il de mains différentes ?
2. Combien y a-t-il de mains comprenant exactement un as ?
3. Combien y a-t-il de mains comprenant au moins un valet ?
4. Combien y a-t-il de mains comprenant (à la fois) au moins un roi et au moins une dame?

Exercice 50 **corrigé disponible**

1. Une anagramme d'un mot est le résultat d'une permutation des lettres de ce mot. Le mot EULER possède 120 anagrammes ?

   A. Vrai B. Faux

2. On considère l'ensemble des nombres entiers relatifs non nuls compris entre -30 et 30 ; cet ensemble peut s'écrire ainsi : $\{-30\ ;\ -29\ ;\ -28\ ;\ \ldots\ -1;\ 1;\ \ldots\ ;\ 28;\ 29;\ 30\}$. Il comporte 60 éléments.
On choisit dans cet ensemble successivement et sans remise un entier relatif a puis un entier relatif c.
Combien de couples(a ; c) différents peut-on ainsi obtenir ?

3. Deux équipes de footballeurs de 22 et 25 joueurs échangent une poignée de main à la fin d'un match. Chaque joueur d'une équipe serre une seule fois la main de chaque joueur de l'autre équipe. 47 poignées de mains ont été échangées ?

   A. Vrai B. Faux

4. Une course oppose 18 concurrents. On récompense indistinctement les trois premiers en offrant le même prix à chacun. Il y a 4896 possibilités de distribuer ces prix ?

   A. Vrai B. Faux

5. Une association organise une compétition de course de haies qui permettra d'établir un podium (le podium est constitué des trois meilleurs sportifs classés dans leur ordre d'arrivée). Sept sportifs participent au tournoi. Mathéo est l'un d'entre eux. Il y a 90 podiums différents dont Mathéo fait parti ?

   A. Vrai B. Faux

6. Un musée propose des visites avec ou sans audio guide. Les billets peuvent être achetés en ligne ou directement au guichet.
Lorsqu'une personne achète son billet en ligne,un code de validation lui est envoyé par SMS afin qu'elle confirme son achat.
Ce code est généré de façon aléatoire et est constitué de 4 chiffres deux à deux distincts, le premier chiffre étant différent de 0. Le nombre de codes différents pouvant être générés est 5040 ?

   A. Vrai B. Faux

7. Dans une classe de 24 élèves, il y a 14 filles et 10 garçons. Il est possible de constituer 272 groupes différents de quatre élèves composés de deux filles et deux garçons ?

   A. Vrai B. Faux