Loi des grands nombres – Fiche de cours

1. Estimation par intervalle

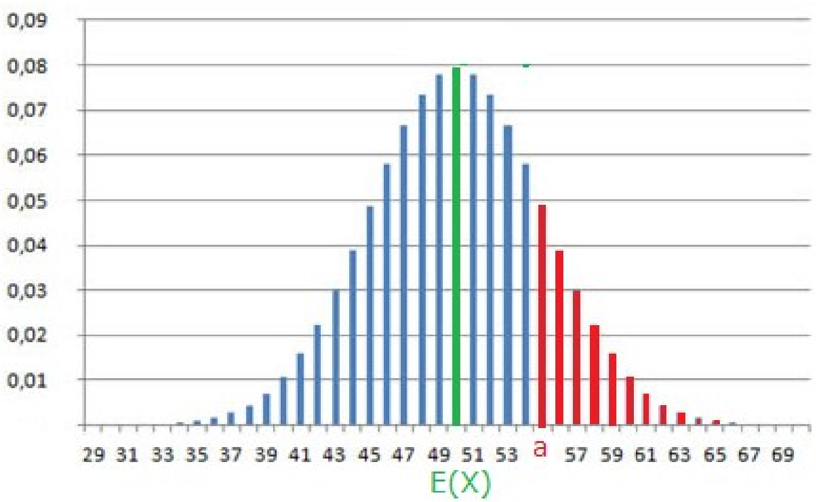
a. Lois discrètes de probabilités

Les lois discrètes de probabilités prennent un nombre fini de valeurs :

- loi binomiale $E(X)=n\cdot p$ $V(X)=n\cdot p\cdot(1-p)$
- loi géométrique $E(X)=\frac{1}{p}$ $V(X)=\frac{1-p}{p^2}$
- loi de Poisson $E(X)=\lambda$ $V(X)=\lambda$

b. L'inégalité de Markov

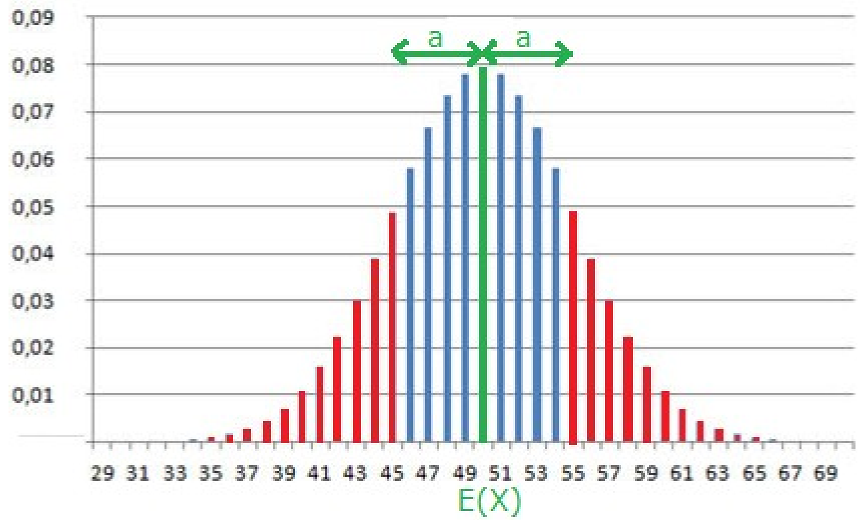
X est une variable aléatoire réelle positive ou nulle d'espérance $E(X)$; $\forall a>0$ $P(X\geq a)\leq\frac{E(X)}{a}$



c. L'inégalité de Bienaymé-Tchébytchev

Soit X une variable aléatoire d'espérance $E(X)$ et de variance $V(X)$

$$P(|X-E(X)|\geq a)\leq\frac{Var(X)}{a^2}$$



2. Loi des grands nombres

a. L'inégalité de concentration

Soit X une variable aléatoire d'espérance $E(X)$ et de variance $V(X)$

On appelle M_n la variable moyenne avec $M_n = \frac{1}{n}\sum X_i$

$$P(|M_n - E(X)| \geq a) \leq \frac{Var(X)}{na^2}$$

b. Loi faible des grands nombres

$$\forall a > 0 \quad \lim_{n \to \infty} P(|M_n - E(X)| \geq a) = 0$$