Circuits électriques capacitifs – Exercices – Devoirs

Exercice 1 corrigé disponible

Les tubes fluorescents sont un type particulier de lampes électriques qui produisent de la lumière grâce à une décharge électrique. Leur lumière peut être blanche (pour l'éclairage) ou colorée (par exemple, pour la fabrication d'enseignes lumineuses). Les différentes couleurs obtenues dépendent de la nature du gaz utilisé dans les tubes ; ainsi, les lumières bleue, jaune ou rouge sont dues respectivement à la présence de mercure, de sodium ou de néon… Ces lampes sont d'ailleurs appelées par abus de langage « néons ».
La tension électrique, appelée tension d'allumage, nécessaire pour produire la décharge électrique lors de l'allumage de ces lampes peut être produite dans un circuit électrique assimilé à un condensateur et un conducteur ohmique placés en série.

Cet exercice a pour objectif d'une part de comprendre comment le circuit électrique proposé dans le texte précédent permet d'allumer et d'éteindre un tube fluorescent et d'autre part d'étudier l'aspect visuel du phénomène.

Le circuit électrique, dans lequel est inséré le tube fluorescent, est schématisé sur la **figure 3** ci-dessous.

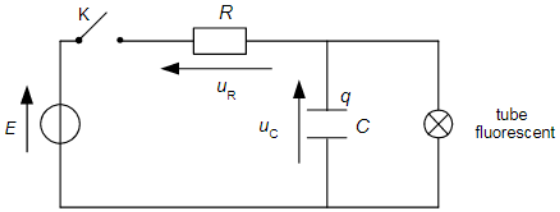


Figure 3. Schéma du circuit

Le tube fluorescent s'allume quand la tension à ses bornes dépasse 80 V, cette tension appelée tension d'allumage est notée U_a. Il s'éteint quand la tension u_C redescend sous la valeur de 30 V appelée tension d'extinction, notée U_e.

Quand le tube fluorescent est éteint, il se comporte comme un interrupteur ouvert. Par contre, lorsqu'il est allumé, il se comporte comme un conducteur ohmique de faible résistance.

Un système informatisé d'acquisition de données permet de visualiser la tension $u_C(t)$ en fonction du temps. À un instant t = 0 pris comme origine des dates, le tube fluorescent étant éteint, le condensateur n'étant pas chargé, on ferme l'interrupteur. On obtient le graphe de la **figure 4 page 6**.

Données :

- tension aux bornes du générateur : E = 100 V ;
- capacité du condensateur : C = 0,60 µF ;
- résistance du conducteur ohmique : R = 60 kΩ.

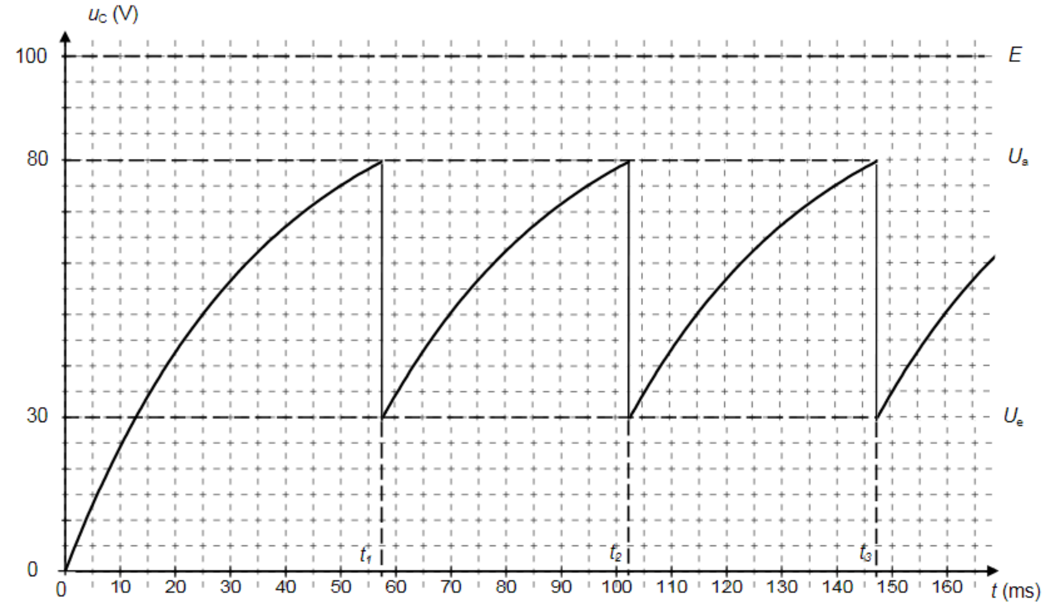


Figure 4. Évolution de la tension aux bornes du condensateur

1. Étude de l'évolution de la tension $u_C(t)$ dans la partie initiale comprise entre 0 et t_1

À un instant t = 0 pris comme origine des dates (tube fluorescent éteint, condensateur déchargé), l'interrupteur K est fermé. Le circuit précédent peut être simplifié selon le schéma de la **figure 5** ci-dessous car le tube fluorescent se comporte comme un interrupteur ouvert.

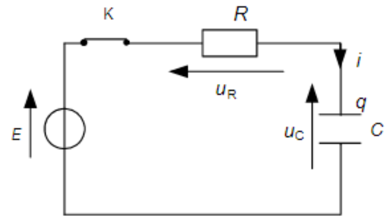


Figure 5. Schéma du circuit simplifié

1.1. Quel phénomène électrique se produit au niveau du condensateur quand on ferme l'interrupteur K ?

1.2. Établissement de l'équation différentielle régissant le fonctionnement de ce circuit.

1.2.1. Exprimer la tension $u_C(t)$ aux bornes du condensateur en fonction de la charge $q(t)$ et de la capacité C du condensateur.

1.2.2. Écrire la relation entre la tension $u_R(t)$, l'intensité du courant $i(t)$ et la résistance R.

1.2.3. Donner la relation liant $i(t)$ et $q(t)$. En déduire la relation liant $i(t)$ et $u_C(t)$.

1.2.4. Établir l'équation différentielle régissant l'évolution de la tension u_C(t) au cours du temps.

1.2.5. Vérifier que l'expression $u_C(t) = E(1-e^{-\frac{t}{RC}})$ est bien solution de cette équation différentielle.

1.3. À l'instant t_1, le tube s'allume. La tension aux bornes du condensateur vaut alors U_a appelée tension d'allumage.

1.3.1. D'après l'expression de $u_C(t)$ donnée à la question 1.2.5, quelle est la valeur maximale théorique que pourrait atteindre la tension u_C aux bornes du condensateur ?

1.3.2. Donner l'expression de la constante de temps τ pour le circuit de la **figure 5**. Calculer sa valeur.

2. Étude des oscillations

L'interrupteur K de la **figure 3** étant toujours fermé, à partir de la date t_1, le tube fluorescent est allumé. Il se comporte alors comme un conducteur ohmique de faible résistance $r = 10\ \Omega$.

La résistance R étant très supérieure à la résistance r, le schéma de la **figure 3** se simplifie comme représenté sur la **figure 6**.

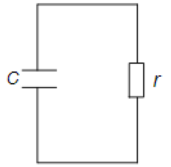


Figure 6. Schéma équivalent du montage simplifié quand le tube est allumé

2.1. Quel phénomène électrique se produit au niveau du condensateur juste après l'allumage ?

2.2. Calculer le rapport $\frac{\tau}{\tau'}$ où τ' est la constante de temps du dipôle (r, C) ainsi constitué.

Que faudrait-il faire au niveau de l'acquisition, si on voulait déterminer graphiquement la valeur de la constante de temps τ' du dipôle (r, C) ?

2.3. Quand la tension u_C atteint la valeur de la tension d'extinction U_e = 30 V, le tube fluorescent s'éteint. Que se produit-il à nouveau au niveau du condensateur ?

2.4. Le tube est allumé pendant la décroissance de la tension de 80 V à 30 V et éteint dans la partie croissante de 30 V à 80 V. Que peut-on dire des durées pendant lesquelles le tube est allumé par rapport à celles où il est éteint ?

2.5. Choisir, en les justifiant, le ou les adjectif(s) permettant de qualifier le régime observé.
À partir de l'instant t_1 on obtient un régime : apériodique - sinusoïdal - amorti - périodique - alternatif.

2.6. Que se passerait-il si la tension aux bornes du générateur avait été réglée à la valeur E = 60 V ? Justifier votre réponse.

3. Perception visuelle

Les successions d'allumages et d'extinctions du tube fluorescent peuvent ne pas se voir du fait de la persistance rétinienne des images. En effet, pour une intensité lumineuse telle que celle émise par ce tube, notre cerveau met environ 50 ms à « éliminer » une image de la rétine de l'œil.

3.1. Mesurer sur le graphe de la **figure 4** la durée Δt d'un cycle allumage-extinction.

3.2. Que voit une personne qui regarde le tube fluorescent dans le cas de l'expérience précédemment étudiée ? Justifier votre réponse.

3.3. On multiplie par cinq la valeur de la capacité C du condensateur dans le circuit de la **figure 3**, les autres paramètres de l'expérience initiale n'étant pas modifiés. Que voit désormais une personne qui regarde le tube fluorescent (aucun calcul n'est demandé) ?

Exercice 2 corrigé disponible

Voici la Bluecar ou B^0 : c'est une petite voiture citadine entièrement électrique, elle n'émet aucun gaz, aucune particule fine.
Alimentées par des batteries (Lithium Métal Polymère) des supercapacités et des panneaux solaires, ces voitures possèdent une autonomie de plus de 250 km soit bien plus que les 40 km qui sont la moyenne des déplacements.
Les supercapacités ont pour rôle de récupérer et stocker l'énergie de freinage, pus de la restituer au redémarrage. Il en résulte des accélérations plus puissantes, une augmentation de l'autonomie et une durée de vie accrue pour la batterie.
Ce sont des voitures rapides, leur vitesse maximale est de 130 km/h, agréables à conduire, sûres et endurantes.

D'après le site Internet Bluecar.

1. Le supercondensateur

Les supercondensateurs ont une capacité de plusieurs milliers de farads et une tension d'utilisation de 2,7 V. Un supercondensateur est équivalent à un dipôle MP associant en série un condensateur de grande capacité *C* et un conducteur ohmique de faible résistance *R* (voir la **figure 1** ci-dessous).

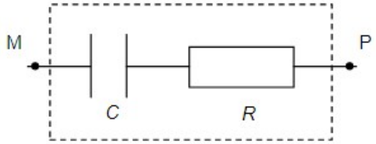


Figure 1. Modèle du supercondensateur

1.1. Étude théorique préalable de la décharge du supercondensateur

On étudie la décharge du supercondensateur, celui-ci ayant été au préalable chargé sous la tension d'utilisation $E = 2{,}7$ V.

Le schéma du circuit électrique de décharge est donné **figure 2**.

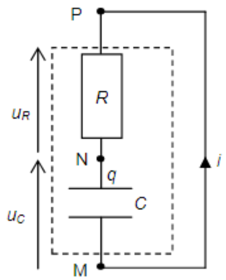


Figure 2.
Circuit de décharge

Avec l'orientation choisie, l'intensité *i* du courant s'exprime par la relation $i = \frac{dq}{dt}$ où *q* est la charge positive portée par l'armature N du condensateur. La tension aux bornes du dipôle NM s'exprime par la relation $u_C = \frac{q}{C}$.

1.1.1. Exprimer la tension u_R aux bornes du conducteur ohmique en fonction de sa résistance *R* et de *i*, puis en fonction de R, C et $\frac{du_C}{dt}$.

1.1.2. Établir la relation entre u_R et u_C et en déduire l'équation différentielle vérifiée par u_C.

1.1.3. En vérifiant que l'expression $u_C(t) = E.e^{-\frac{t}{\tau}}$ est solution de l'équation différentielle, montrer que l'expression de la constante de temps τ est égale à *RC*.

1.1.4. L'expression de l'intensité *i* peut se mettre sous la forme $i(t) = I_0.e^{-\frac{t}{\tau}}$. Monter que l'intensité I_0 à $t = 0$ est égale à $-\frac{E}{R}$.

1.2. Étude de la variation de l'intensité du courant lors de la décharge du supercondensateur

On mesure, avec un capteur de courant spécifique, l'intensité *i* du courant lors de la décharge du supercondensateur. La courbe donnant l'intensité *i* en fonction du temps *t* est donnée **SUR LA FIGURE A1 DE L'ANNEXE À RENDRE AVEC LA COPIE**. Le logiciel de traitement à permis de tracer la tangente à l'origine.

1.2.1. Déterminer graphiquement la valeur de I_0. En déduire la valeur de la résistance *R*.

1.2.2. Déterminer graphiquement la valeur de la constante de temps τ.

1.2.3. En déduire la valeur de la capacité *C*.

ANNEXE DE L'EXERCICE I

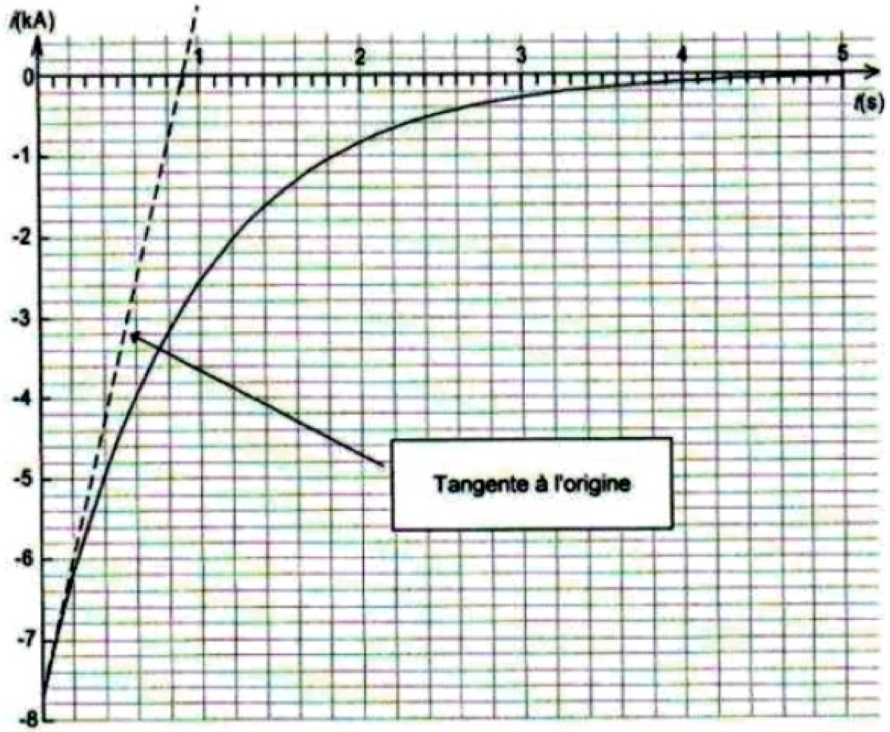
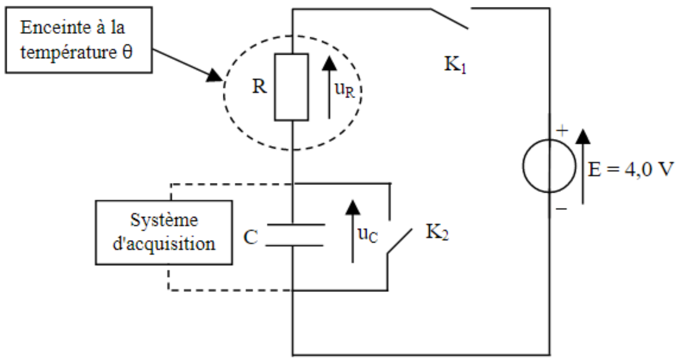


Figure A1. Intensité *i* débitée par le supercondensateur en fonction du temps

Exercice 3 **corrigé disponible**

On peut constituer une sonde thermique à l'aide d'un dipôle (R,C) série. On réalise le circuit suivant :



Le condensateur a une capacité C = 1,0 ∝F
Le conducteur ohmique est une thermistance : la valeur R de sa résistance dépend de la température. On le place dans une enceinte dont la température interne est notée θ.
Un système d'acquisition permet d'enregistrer l'évolution au cours du temps de la tension u_C aux bornes du condensateur.

Aide mathématique :

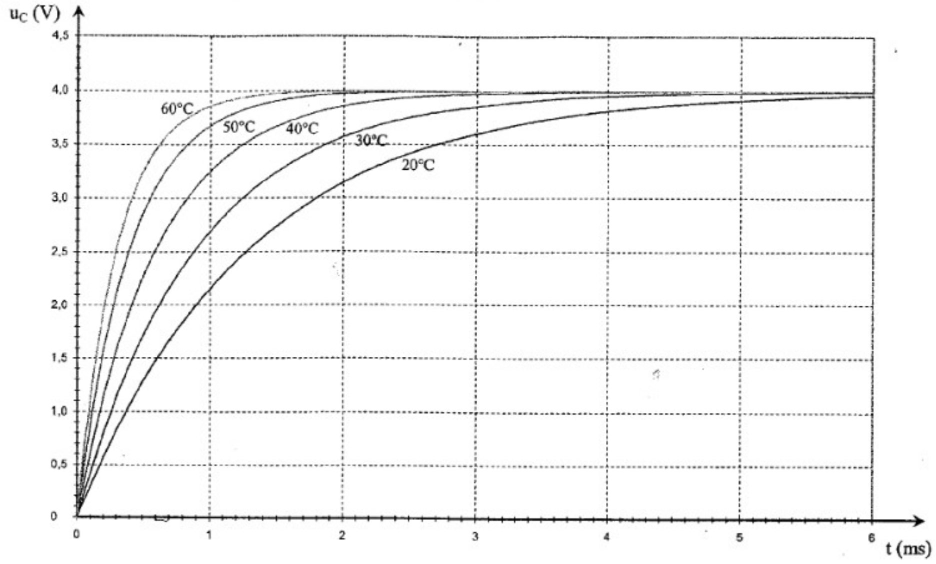
$0{,}63 \times 4{,}0 = 2{,}5$	$0{,}37 \times 4{,}0 = 1{,}5$	$e^0 = 1$	$\lim\limits_{x \to -\infty} e^x = 0$

1. <u>Étalonnage de la sonde</u>

Protocole expérimental :

On souhaite tracer la courbe de l'évolution de la valeur de la résistance de la thermistance en fonction de la température. On réalise le protocole suivant :
Le condensateur est initialement déchargé et les interrupteurs K_1 et K_2 sont ouverts. À t = 0, on ferme K_1 et on enregistre l'évolution de la tension u_C jusqu'à la fin de la charge du condensateur. Ensuite, on ouvre K_1 et on ferme K_2 : le condensateur se décharge complètement. On ouvre enfin K_2.

On modifie la température de l'enceinte et on recommence le protocole précédent. On opère pour plusieurs valeurs de température et on obtient le graphique suivant :



À l'aide des résultats expérimentaux, étudions la charge du condensateur.

À l'aide des résultats expérimentaux, étudions la charge du condensateur.

1.1. Établir la relation entre la tension E aux bornes du générateur, la tension u_R aux bornes du conducteur ohmique et la tension u_C aux bornes du condensateur.

1.2. Déterminer l'équation différentielle vérifiée par la tension u_C pendant la phase de charge.

1.3. La solution analytique de cette équation est de la forme : $u_C = A + B\,e^{-t/(RC)}$

1.3.1. En tenant compte des conditions finales de la charge, déterminer A.

1.3.2. En tenant compte des conditions initiales de la charge, déterminer B.

1.3.3. Déduire l'expression de u_C.

1.4. On donne l'expression de la constante de temps du dipôle (R, C) : $\tau = RC$.

1.4.1. Vérifier par analyse dimensionnelle l'homogénéité de cette formule.

1.4.2. Déterminer la valeur τ_1 de la constante de temps, relative à la température θ_1 = 20°C, à partir du graphique. Expliquer la méthode employée.

1.4.3. En déduire la valeur R_1 de la résistance correspondante.

1.4.4. Procéder de la même manière pour les autres températures et compléter le tableau de l'**annexe** à rendre avec la copie.

1.4.5. Tracer sur papier millimétré (à rendre avec la copie) la courbe d'étalonnage $R = f(\theta)$ en respectant l'échelle suivante : abscisse : 1 cm pour 5°C
ordonnée : 1 cm pour 0,1 kΩ

2. Mesure d'une température :
Essayons la sonde thermique en la plaçant dans une enceinte de température interne θ à déterminer. On mesure la résistance de la thermistance à l'aide d'un ohmmètre et on obtient : R = 0,50 kΩ. En vous servant de la courbe d'étalonnage, déterminer la température de l'enceinte.

Température θ (°C)	$\theta_1 = 20$	25	30	35	40	45	50	55	60
Constante de temps τ (ms)	$\tau_1 =$	[redacted]		[redacted]		[redacted]		[redacted]	
Résistance R (kΩ)	$R_1 =$	1,07		0,74		0,49		0,34	

Exercice 4 corrigé disponible

Les technologies développées dans l'industrie microélectronique ont été transposées avec succès pour fabriquer des microsystèmes électromécaniques, c'est-à-dire des systèmes miniaturisés qui intègrent sur une même puce des parties mécaniques (capteurs d'accélération ou de pression, miroirs, micromoteurs) et des circuits électroniques associés.
Un des premiers microsystèmes à avoir été développé est l'accéléromètre. Il est entre autres utilisé pour déclencher le gonflage des airbags des véhicules en cas de choc brutal.
L'accéléromètre est constitué de deux pièces en forme de peignes complémentaires. L'une est fixe et constitue le cadre, l'autre est mobile à l'intérieur de ce cadre, suspendue par une lamelle flexible, sans contact entre les deux parties. L'ensemble constitue un condensateur. En cas de choc brutal du véhicule, la partie mobile se déplace par inertie dans le sens opposé au mouvement, comme le passager d'un bus qui est debout et se trouve projeté en avant quand le bus freine (voir ***figure 3****). Ce changement de distance entre le peigne mobile et le cadre modifie la capacité du condensateur. Dès que le circuit intégré détecte ce changement de capacité, il commande le gonflage de l'airbag, avant même que le conducteur et les passagers du véhicule ne soient projetés en avant.*

D'après « À la découverte du nanomonde » (www.nanomicro.recherche.gouv.fr) défis CEA et Internet.

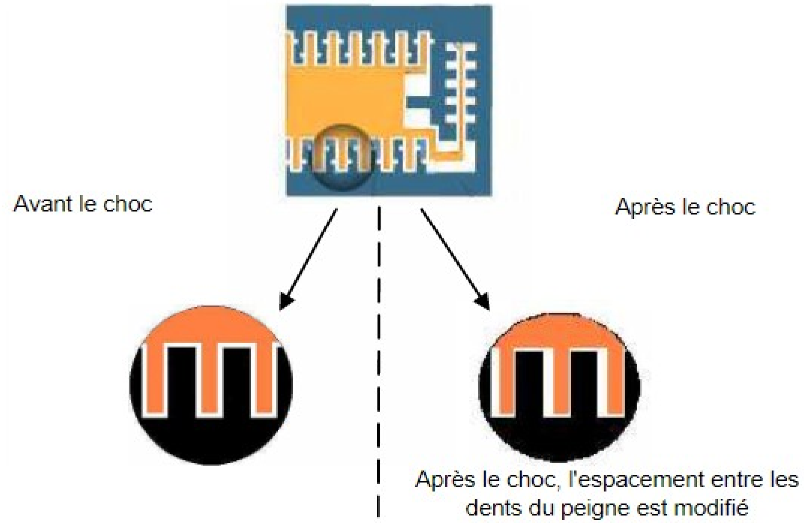


Figure 3 : Fonctionnement de l'accéléromètre et déclenchement d'airbag

Nous allons nous intéresser au principe de fonctionnement de ce dispositif. Le peigne mobile et le cadre constituent un condensateur de capacité C. Il est branché aux bornes d'une pile de résistance interne R et de force électromotrice E. Le circuit est modélisé par le schéma de la ***figure 4****.*
Données :
$C = 100$ pF (1 pF $= 10^{-12}$ F).
$E = 5,0$ V

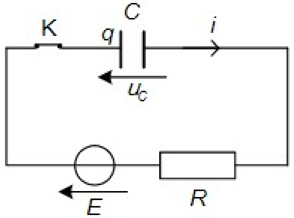


Figure 4

1. Comportement de l'accéléromètre en dehors de chocs

La mise sous tension de l'accéléromètre revient à fermer l'interrupteur K du montage modélisant le dispositif représenté sur la ***figure 4****.*
Le condensateur est déchargé avant la fermeture de l'interrupteur.
A l'instant t = 0, on ferme l'interrupteur.
Les courbes représentant les variations de la tension aux bornes du condensateur et de l'intensité du courant en fonction du temps sont données sur la ***FIGURE 5 DE L'ANNEXE EN PAGE 10.***

1.1. Sur cette figure, identifier en justifiant qualitativement la courbe correspondant à la tension et celle correspondant à l'intensité.
1.2. Délimiter de façon approximative et qualifier, sur la **FIGURE 5 DE L'ANNEXE EN PAGE 10** les deux régimes de fonctionnement du circuit.
1.3. Déterminer graphiquement la valeur de la constante de temps du dipôle RC.
Comparer cette valeur à la durée d'un choc de l'ordre de 200 ms.

1.4. Calculer la valeur de R

1.5. Charge du condensateur.

1.5.1. Déterminer graphiquement sur la **FIGURE 5 DE L'ANNEXE EN PAGE 10** les valeurs de la tension aux bornes du condensateur et de l'intensité du courant en régime permanent.

1.5.2. En déduire, en régime permanent, la valeur de la charge q du condensateur définie sur la **figure 4**.

2. Déclenchement de l'airbag

2.1. D'après le texte encadré, comment se nomment les parties de l'accéléromètre correspondant aux armatures mobile et fixe ?

2.2. *Le rapprochement des deux armatures provoqué par un choc entraîne une augmentation de la capacité du condensateur* ***(FIGURE 6 DE L'ANNEXE EN PAGE 10).*** *Il s'agit de comprendre les conséquences de cette variation.*
En tenant compte du fait que la constante de temps est très faible, on considérera que la valeur de la résistance est nulle.

2.2.1. Parmi les deux propositions suivantes donnant l'expression de la capacité C en fonction de la distance d entre les armatures du condensateur, choisir en justifiant celle qui peut convenir :

a) $C = k \cdot d$; b) $C = \frac{k}{d}$

2.2.2. Donner l'expression de la tension aux bornes du condensateur u_C et de la charge q du condensateur avant le choc, en fonction de E (on pourra s'aider d'un schéma du circuit).

2.2.3. Justifier que la tension aux bornes du condensateur n'est pas modifiée par le choc. En déduire que le choc a pour effet de faire augmenter la charge q du condensateur.

2.3. Sur le schéma de **LA FIGURE 6 DE L'ANNEXE EN PAGE 10**, indiquer le sens de déplacement des électrons dans le circuit engendré par la variation de charge q du condensateur.

2.4. Donner la relation entre l'intensité i du courant et la charge q du condensateur.
Choisir parmi ces affirmations celle qui convient :
Le déclenchement du gonflage de l'airbag est commandé par la détection d'une variation :

a) de tension aux bornes du condensateur
b) d'intensité du courant dans le circuit
c) de tension aux bornes du générateur.

Figure 5 : courbes d'évolution temporelle de la tension aux bornes du condensateur et de l'intensité du courant

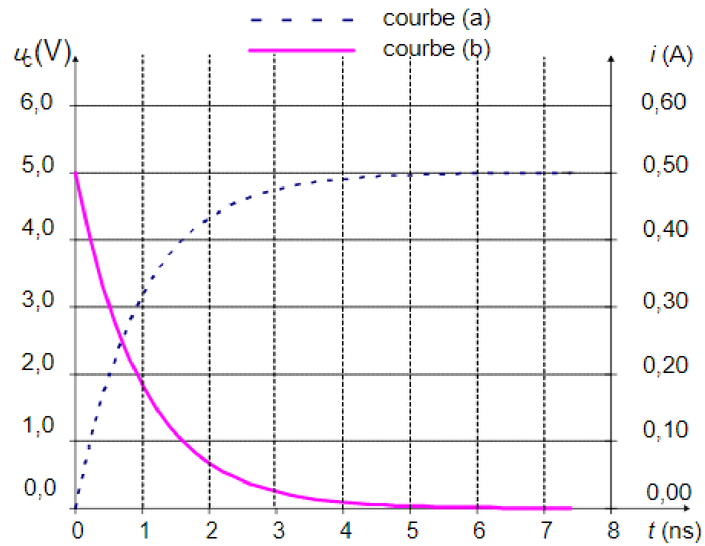
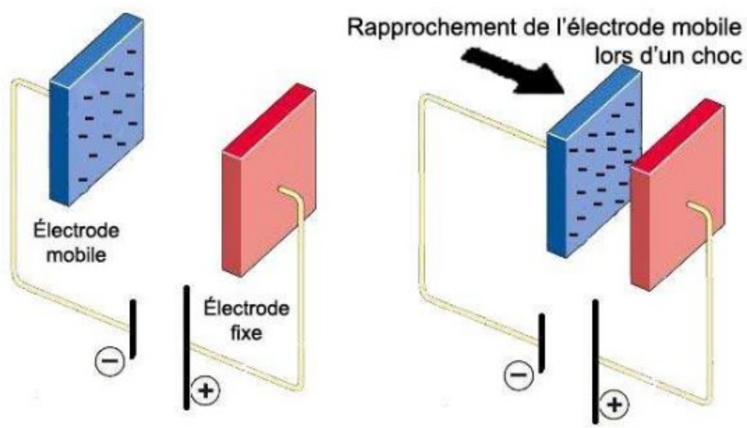


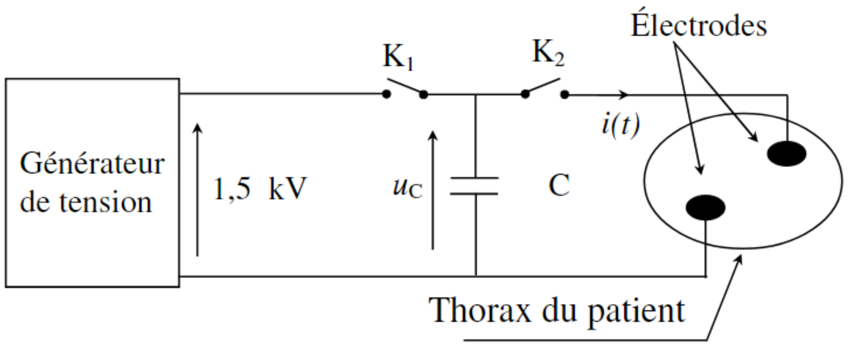
Figure 6 : rapprochement des deux armatures du condensateur lors d'un choc



a. avant le choc **b.** pendant le choc

Exercice 5 **corrigé disponible**

Le défibrillateur cardiaque est un appareil utilisé en médecine d'urgence. Il permet d'appliquer un choc électrique sur le thorax d'un patient, dont les fibres musculaires du cœur se contractent de façon désordonnée (fibrillation). Le défibrillateur cardiaque peut être représenté de façon simplifiée par le schéma suivant :



La capacité du condensateur C est de 470 µF .
Le thorax du patient sera assimilé à un conducteur ohmique de résistance R = 50 Ω.

Le générateur de tension est assimilé à une source de tension idéale E en série avec une résistance interne r

1. Phase A

Lors de la mise en fonction du défibrillateur, le manipulateur obtient la charge du condensateur C (initialement déchargé) en fermant l'interrupteur K_1 (K_2 étant ouvert)

1.1. Quel est parmi les documents présentés en annexe, celui qui correspond à cette phase du processus ? Justifier.

1.2. En utilisant ce document, déterminer la constante de temps τ_1 du circuit lors de cette même phase. En déduire la valeur de r.

1.3. Si l'on considère que le condensateur est chargé lorsque la tension entre ses bornes atteint 99 % de la tension maximale, au bout de quelle durée Δt le condensateur sera-t-il chargé ? Comparer cette durée à $5\tau_1$

1.4. En appliquant la loi des mailles au circuit écrire l'équation différentielle vérifiée par la tension $u_C(t)$

1.5. Résoudre l'équation différentielle de la question 1.4. et donner l'expression de $u_C(t)$

2. Phase B

Dès que le condensateur C est chargé le manipulateur peut envoyer le choc électrique en connectant le condensateur aux électrodes posées sur le thorax du patient. Il choisit alors le niveau d'énergie du choc électrique qui sera administré au patient, par exemple W = 400 J .
À la date initiale t_0 le manipulateur ferme l'interrupteur K_2 (K_1 ouvert) ce qui provoque la décharge partielle du condensateur ; la décharge est automatiquement arrêtée dès que l'énergie choisie a été délivrée. Au cours de l'application du choc électrique la tension $u_C(t)$ aux bornes du condensateur varie selon l'expression suivante :

$$u_C(t) = A \cdot e^{-\frac{t}{RC}}$$

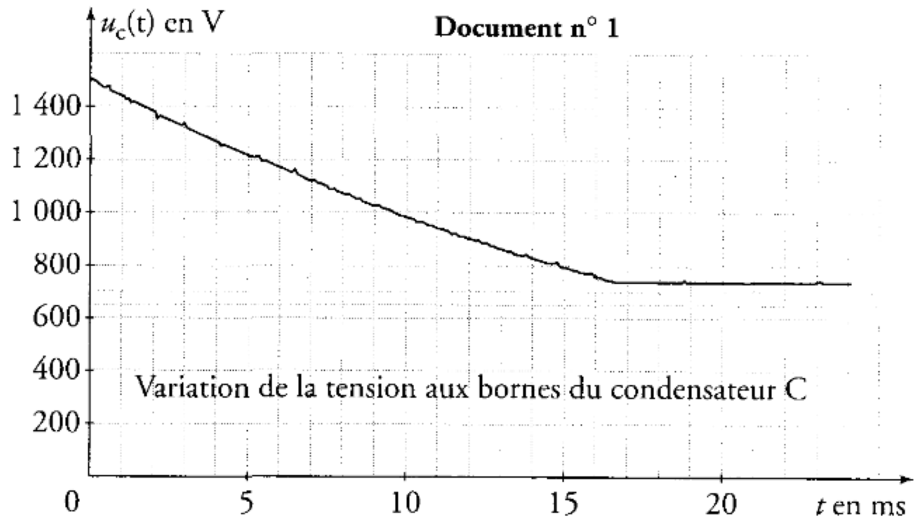
2.1. Déterminer les valeurs numériques de A et de RC. Préciser les unités.

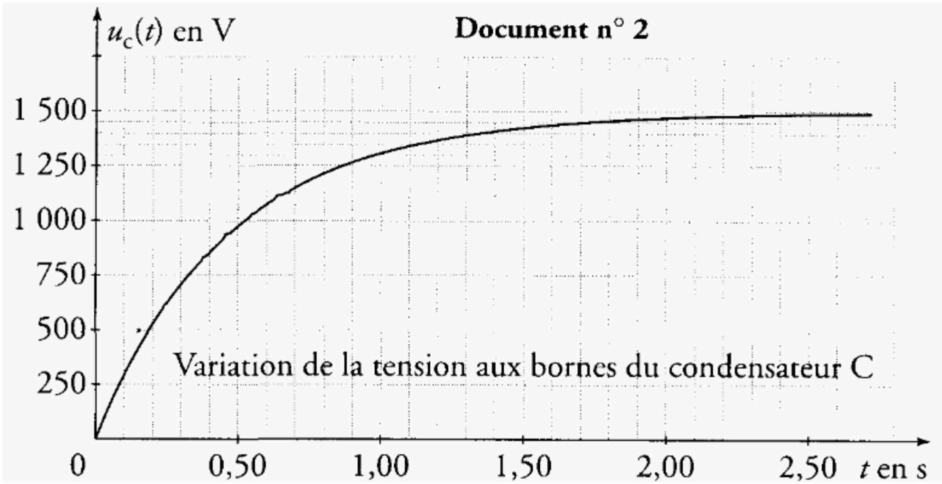
2.2. Quelle relation lie l'intensité i(t) du courant de décharge et la charge électrique q(t) portée par l'armature positive du condensateur ?

2.3. Quelle relation lie la tension $u_C(t)$ et la charge électrique q(t) ?

2.4. En déduire que l'expression de i(t) est de la forme : $i(t) = B \cdot e^{-\frac{t}{RC}}$
Exprimer B en fonction des constantes A, R et C.

2.5. À quelle date l'intensité du courant est-elle maximale ?
Calculer la valeur absolue de cette intensité.
Cette valeur dépend-t-elle de la capacité du condensateur ?





Exercice 6 corrigé disponible

1. ÉTUDE THÉORIQUE D'UN DIPÔLE RC SOUMIS À UN ÉCHELON DE TENSION.

Le montage du circuit électrique schématisé ci-dessous (figure 1) comporte :

- un générateur idéal de tension de force électromotrice E = 12,0 V ;
- un conducteur ohmique de résistance R inconnue ;
- un condensateur de capacité C = 120 µF ;
- un interrupteur K.

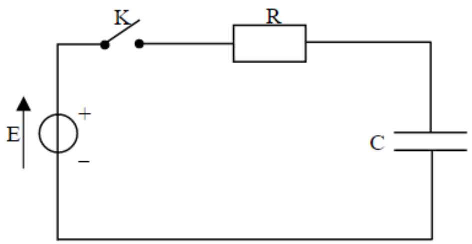


Figure 1

Le condensateur est initialement déchargé.
À la date t = 0, on ferme l'interrupteur K.

Sur le schéma du circuit donné en **ANNEXE (figure 1 à rendre avec la copie)**, une flèche représente le sens de circulation du courant d'intensité i dans le circuit. Ce sens sera considéré comme le sens positif. Par ailleurs, on note q la charge de l'armature du condensateur qui se chargera positivement.

1.1. En utilisant la convention récepteur, représenter par des flèches sur la figure 1 de **l'ANNEXE** les tensions u_C aux bornes du condensateur et u_R aux bornes du conducteur ohmique.

1.2. Donner l'expression de u_R en fonction de i.

1.3. Donner l'expression de i en fonction de la charge q du condensateur.

1.4. Donner la relation liant q et u_C.

1.5. En déduire l'expression de i en fonction de la capacité C et de la tension u_C.

1.6. En appliquant la loi d'additivité des tensions, établir une relation entre E, u_R et u_C.

1.7. Établir l'équation différentielle notée (1) à laquelle obéit u_C.

1.8. $u_C = E\,(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$, avec $\tau = RC$, est solution de l'équation différentielle (1).

1.8.1. Vérifier que $u_C = E\,(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$ est solution de l'équation différentielle (1).

1.8.2. De même, vérifier que $u_C = E\,(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$ respecte la condition initiale.

1.9. On s'intéresse à la constante de temps du dipôle RC : $\tau = RC$.

1.9.1. Par une analyse dimensionnelle, vérifier que le produit $\tau = RC$ est bien homogène à une durée.

1.9.2. A l'aide de la courbe $u_C = f(t)$ donnée en **ANNEXE (figure 2 à rendre avec la copie)**, déterminer graphiquement la valeur de τ par la méthode de votre choix. La construction qui permet la détermination de τ doit figurer sur la courbe $u_c = f(t)$.

1.9.3. En déduire la valeur de la résistance R. Cette valeur sera donnée avec deux chiffres significatifs.

2. APPLICATION.

Au dipôle RC précédemment étudié, on associe un montage électronique qui commande l'allumage d'une lampe :

- la lampe s'allume lorsque la tension u_C aux bornes du condensateur est inférieure à une valeur limite u_{al} = 6,0 V ;
- la lampe s'éteint dès que la tension u_C aux bornes du condensateur est supérieure à cette valeur limite u_{al} = 6,0 V.

Le circuit obtenu (figure 3) est le suivant :

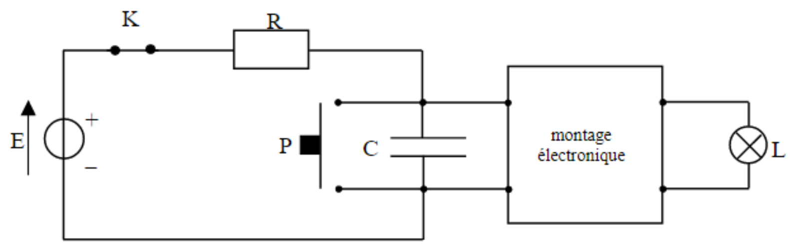


figure 3

Fonctionnement du bouton poussoir :

Lorsqu'on appuie sur le bouton poussoir, ce dernier entre en contact avec les deux bornes du condensateur et se comporte comme un fil conducteur de résistance nulle. Il provoque la décharge instantanée du condensateur.
Lorsqu'on relâche le bouton poussoir, ce dernier se comporte alors comme un interrupteur ouvert.

2.1. Le condensateur est initialement chargé avec une tension égale à 12 V, la lampe est éteinte. On appuie sur le bouton poussoir P.
Que devient la tension aux bornes du condensateur u_C pendant cette phase de contact ?
La lampe s'allume-t-elle ? Justifier la réponse.

2.2. On relâche le bouton poussoir.

2.2.1. Comment évolue qualitativement la tension aux bornes du condensateur au cours du temps ?

2.2.2. La constante de temps du dipôle RC utilisé est $\tau = 25$ s.
Comment évolue l'état de la lampe aussitôt après avoir relâché le bouton poussoir ?

2.2.3. En vous aidant de la solution de l'équation différentielle (donnée à la question 1.8.1.), donner l'expression littérale de la date t_{al}, à laquelle la tension aux bornes du condensateur atteint la valeur limite u_{al} en fonction de u_{al}, E et τ.

2.2.4. Calculer la valeur de t_{al} durée d'allumage de la lampe.

2.2.5. Retrouver graphiquement la valeur de t_{al} à l'aide de la courbe $u_C = f(t)$ fournie en **ANNEXE (figure 2 à rendre avec la copie)**. Indiquer clairement cette durée sur le graphe.

2.3. La tension aux bornes du générateur E étant constante, on voudrait augmenter la durée d'allumage. Quels sont les deux paramètres du circuit électrique de la figure 1 sur lesquels on peut agir ? Préciser pour chacun d'entre eux comment ils doivent varier.

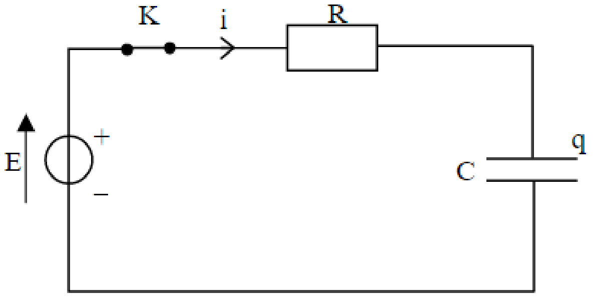


Figure 1

Courbe $u_C = f(t)$

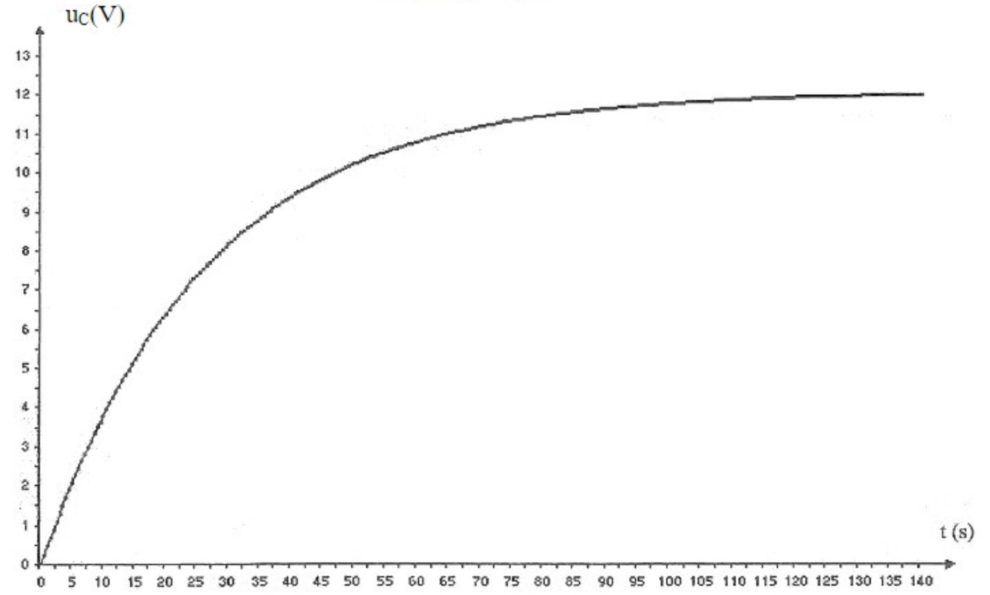
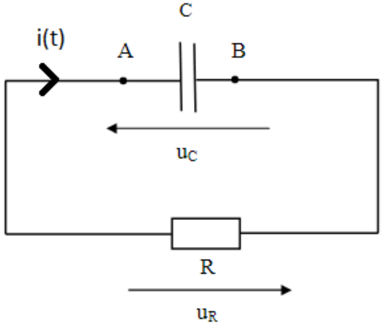


Figure 2

Exercice 7 **corrigé disponible**

On envisage le circuit suivant constitué d'un conducteur ohmique de résistance R et d'un condensateur de capacité C.



À l' instant t = 0, le condensateur est chargé sous la tension $U_0 = 10$ V.

À l' instant t = 0, le condensateur est chargé sous la tension U_0 = 10 V.

On notera :
- u_C la tension aux bornes du condensateur à l'instant t, et l'on a $u_C(0) = U_0$
- u_R la tension aux bornes du conducteur ohmique à l'instant t,
- i l'intensité du courant à l'instant t. Cette intensité a été comptée positivement au cours de la charge du condensateur,
- q_A la charge de l'armature A du condensateur à l'instant t.

1. ÉTABLISSEMENT DE L'ÉQUATION DIFFÉRENTIELLE LORS DE LA DÉCHARGE

1.1 Quelle relation lie u_R et u_C ?

1.2 Rappeler la relation qui lie la charge q_A de l'armature A à la tension u_C.

1.3 Quel est le signe de i ? Établir la relation liant l'intensité i du courant à la tension u_C.

1.4 Montrer que l'équation différentielle régissant l'évolution de u_C peut s'écrire :

$\alpha\, u_C + \dfrac{du_C}{dt} = 0$ où α est une constante non nulle.

Donner alors l'expression de α en fonction de R et C.

2. SOLUTION DE L'ÉQUATION DIFFÉRENTIELLE

Une solution de l'équation différentielle peut s'écrire $u_C = Ae^{-\beta t}$ où A et β sont deux constantes positives non nulles.

2.1 En utilisant l'équation différentielle, montrer que $\beta = \dfrac{1}{RC}$.

2.2 Déterminer la valeur de A.

2.3 Indiquer parmi les **courbes 1** et **2** données ci-après, celle qui peut représenter u_C. Justifier la réponse.

2.4 Donner l'expression littérale de la constante de temps τ.

2.5 Montrer par analyse dimensionnelle que τ a la même unité qu'une durée.

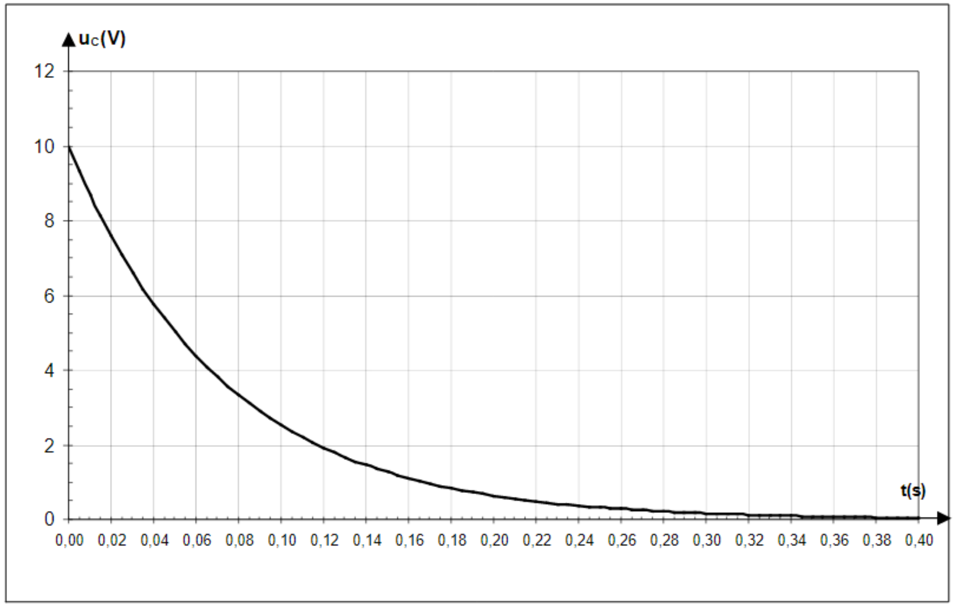
2.6 Déterminer sur la courbe choisie la valeur de la constante de temps τ du circuit.

2.7 Sachant que R = 33 Ω, en déduire la valeur de la capacité C du condensateur.

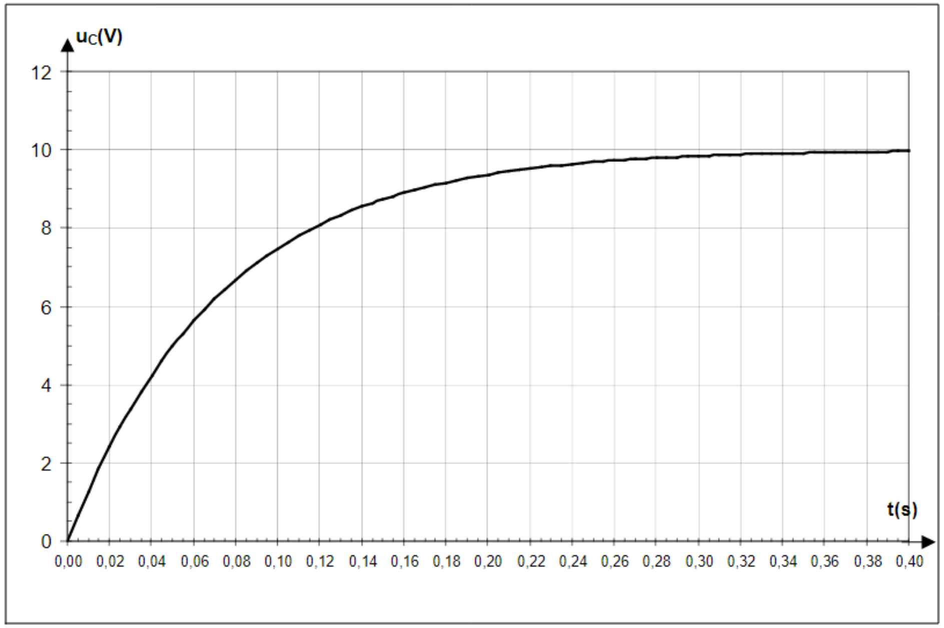
3. INTENSITÉ DU COURANT

3.1 En utilisant les résultats précédents, montrer que $i = -\dfrac{U_0}{R}e^{-\left(\frac{t}{RC}\right)}$.

3.2 Déterminer la valeur I_0 de i à t = 0.

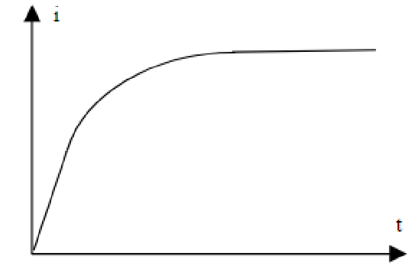


Courbe 1

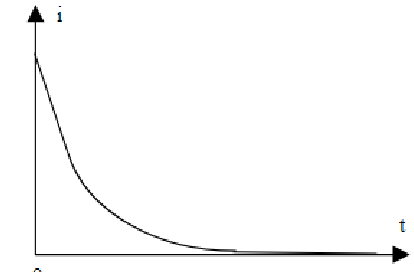


Courbe 2

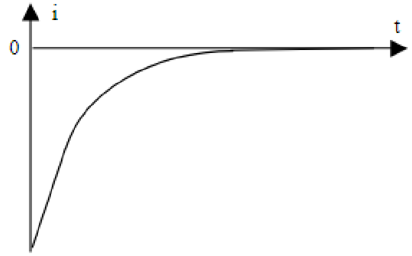
3.3 En justifiant la réponse, indiquer parmi les quatre courbes ci-dessous celle qui peut représenter i.



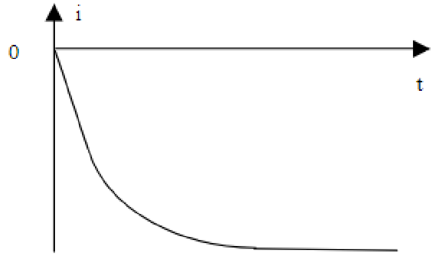
Courbe 1



Courbe 2



Courbe 3



Courbe 4

3.4 Calculer la valeur de i pour t = 0,50 s.
3.5 Déterminer la valeur de u_C à la même date.

3.6. Le condensateur est-il déchargé à $t = 0{,}35\ s$

Exercice 8 corrigé disponible

Le capteur d'humidité comprend un condensateur plan pouvant être schématisé de la manière suivante (**figure 2**) :

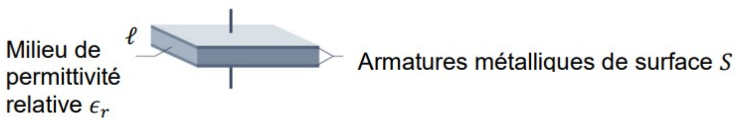


Figure 2 : Représentation schématique d'un condensateur plan

La capacité d'un tel condensateur est exprimée par la relation suivante : $C = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r S}{\ell}$.

Les grandeurs physiques apparaissant dans cette équation sont respectivement :

- C la capacité du condensateur en farads (F) ;
- ϵ_0 la permittivité du vide, l'une des constantes fondamentales de la physique ;
- ϵ_r la permittivité relative du milieu, caractéristique variable d'un environnement à un autre (grandeur sans unité) ;
- S la surface des armatures du condensateur plan qui se font face ;
- ℓ la distance entre les deux armatures.

Le principe du capteur réside dans le fait que la capacité du condensateur change en fonction de la proportion d'eau présente dans le sol.

Données : $\epsilon_0 = 8{,}85.10^{-12}\ F.m^{-1}$; $\epsilon_{r,air} = 1$; $\epsilon_{r,eau} = 80$; $S = 1{,}0\ cm^2$
$\ell = 50\ \mu m$

Calculer la capacité du condensateur dans l'air et dans l'eau