Fonction logarithme décimal – Exercices – Devoirs

Exercice 1 corrigé disponible

Résoudre les équations suivantes :

1. $10^x = 2$
2. $10^x = 3{,}25$
3. $10^x = 7{,}28$
4. $5 \times 10^x = 3{,}375$
5. $3{,}2 + 2 \times 10^x = 4{,}5 \times 10^x$
6. $-17{,}3 + 10^x = 5 - 3 \times 10^x$
7. $4{,}5 \times 10^x = 3 \times 10^x + 1$
8. $3{,}4 \times 10^x = 5 \times 10^{2x}$

Exercice 2 corrigé disponible

Abréviation du terme « potentiel hydrogène », le pH précise si un milieu est acide, neutre ou basique. L'acidité dépend en effet de la concentration en ions hydronium H_3O^+ qui se calcule en fonction du pH par :

$$[H_3O^+] = 10^{-pH}$$

Calculer le pH des liquides suivants.

1. Un jus de citron dont la concentration en ions hydronium est de 0,005 mol.L^{-1}.
2. Du lait dont la concentration en ions hydronium est de $3{,}16 \times 10^{-7}$ mol.L^{-1}.
3. Du sang humain dont la concentration en ions hydronium est de $4{,}42 \times 10^{-8}$ mol.L^{-1}.

Exercice 3 corrigé disponible

Comparer les nombres suivants :

1. $\log(102)$ et $\log(25)$
2. $\log(256)$ et $\log\left(2^9\right)$
3. $\log\left(10^{3,6}\right)$ et 3,7

Exercice 4 corrigé disponible

Donner le signe des nombres suivants :

1. $\log(2{,}5)$
2. $\log(0{,}25)$
3. $\log\left(\dfrac{7}{10}\right)$

Exercice 5 corrigé disponible

On place une somme de 2 000 euros à intérêts composés au taux annuel de 5,5 %. Les trois affirmations suivantes sont-elles vraies ou fausses ?

1. La somme disponible dans 5 ans est $2\,000 \times 1{,}055 \times 5$.
2. Pour déterminer l'année à partir de laquelle la somme aura doublé, on peut résoudre l'équation : $1{,}055^n = 2$.
3. La solution de l'équation précédente est $\log\left(\dfrac{2}{1{,}055}\right)$.

Exercice 6 corrigé disponible

Exprimer en fonction de $\log(5)$ et $\log(3)$ les nombres suivants :

1. $\log(5 \times 9)$
2. $\log\left(\dfrac{5}{9}\right)$
3. $\log\left(5^3\right)$
4. $\log\left(3^5\right)$

Exercice 7 **corrigé disponible**

Simplifier les expressions suivantes :

1. $\log\left(10^5\right)$

2. $\log\left(10^{-9}\right)$

3. $\log\left(\dfrac{10^3}{10^{-2}}\right)$

4. $\log\left(\dfrac{10^{-2}}{10^{-2}}\right)$

Exercice 8 **corrigé disponible**

Exprimer en fonction de $\log(a)$ et $\log(b)$ les nombres suivants :

1. $\log\left(a^3\right)$

2. $\log\left(a^{-5}\right)$

3. $\log\left(\dfrac{a^2}{b^3}\right)$

4. $\log\left(a^6 b^3\right)$

Exercice 9 **corrigé disponible**

Écrire les nombres suivants sous la forme $\log(A)$,
où A est un nombre réel que l'on précisera :

1. $\log(2)+\log(7)-\log(5)$

2. $\log(3)-2\log(5)$

3. $\log(3)+\log(7)$

4. $3\log(7)-7\log(3)$

5. $\log(12)-\log(4)+2\log(3)$

6. $3\log(2)-2\log(5)+5\log(10)$

Exercice 10 **corrigé disponible**

La production d'une entreprise diminue de 6 % par an.

En combien d'années sera-t-elle divisée par 2 ?

Exercice 11 **corrigé disponible**

On place un capital de 10000 € à intérêts composés au taux de 5 %/an ; arrondir les résultats à l'euro près

1. Quel est le capital au bout de 8 ans
2. En combien d'années le capital aura-t-il triplé ?

Exercice 12 **corrigé disponible**

Une entreprise décide de produire 4 000 pièces le premier mois et de diminuer sa production de 5 % sa production chacun des mois suivants jusqu'à ce que cette production devienne inférieure à 2 000 pièces afin de s'arrêter.

On note u_n la production au cours du mois n.

1. Calculer u_2 et u_3.
2. Quelle est la nature de la suite (u_n) ? Préciser sa raison.
3. Exprimer u_n en fonction de n.
4. Résoudre l'inéquation : $0{,}95^x \leqslant 0{,}5$.
5. Indiquer le rang du mois où la production sera arrêtée.

Exercice 13 **corrigé disponible**

Une balle rebondissante tombe d'une hauteur de 150 cm. La hauteur atteinte par la balle diminue de 30 % après chaque rebond.

1. Déterminer la hauteur du troisième rebond de cette balle.
2. Au bout de combien de rebonds la hauteur du rebond de la balle est-elle **inférieure à 4 cm ?**

Exercice 14 corrigé disponible

La vente grand public sur Internet affiche en France une croissance moyenne de 20 % chaque année depuis 2010. En 2010, le chiffre d'affaires est de 2 milliards d'euros.

1. Calculer le chiffre d'affaires des années 2011 et 2012.
2. **a.** Ces chiffre d'affaires successifs sont les premiers termes d'une suite géométrique (u_n). Indiquer sa raison et son premier terme u_0.
   b. Exprimer u_n en fonction de n.
   c. Calculer le chiffre d'affaires prévu en 2015.
3. En quelle année le chiffre d'affaires prévisionnel dépassera-t-il 12 milliards d'euros ?

Exercice 15 corrigé disponible

1. Résoudre sur ℝ l'inéquation $-5 \leq \log x \leq -1$
2. Résoudre sur ℝ l'équation $3 \log x = 42$
3. Résoudre sur ℝ l'équation $\log x \geq 4$
4. Calculer : (a) $\log 2 + \log 5$ (b) $2 \log 5 + \log 12 - \log 3$
5. Exprimer en fonction de log2 : $\log 4$ $\log 16$ $\log 40$ $\log \frac{1}{4}$ $\log 0{,}2$
6. Résoudre sur ℝ l'équation $(\log x)^2 - 3 \log x - 4 = 0$

Exercice 16 corrigé disponible

Sans calculatrice, calculer :

a) $\log(10^4) =$

b) $\log(10^{-7}) =$

c) $\log(0,000\,1) =$

d) $\log(100\,000) =$

e) $\log\left(\frac{1}{1000}\right)$

f) $\log\left(\frac{1}{0{,}0001}\right)$

Exercice 17 corrigé disponible

Comparer les nombres suivants sans chercher à les calculer :

a) $\log(3{,}48)$.....$\log(4{,}38)$

b) $\log(2 \times 10^4)$.... $\log(2 \times 10^5)$

c) $\log(0{,}32 \times 10^{-4})$ ..... $\log(0{,}45 \times 10^{-4})$

Exercice 18 corrigé disponible

Simplifier les nombres suivants :

a. $\log 4 + \log 2500$

b. $\log 500\,000 - \log 5$

c. $\log 5 - \log 500$

d. $\log 160 - \log 2 - \log 2 - \log 2 - \log 2$

Exercice 19 corrigé disponible

Ecrire les nombres suivants sous la forme $k \times \log(3)$

a) $\log(3^7)$

b) $2\log(3^4) - \log(3^{10})$

c) $20 + 5\log\left(\frac{3^{11}}{10^4}\right) - 3\log(3^{17})$

Exercice 20 corrigé disponible

Simplifier en écrivant avec un seul logarithme

$A = \log(3 - \sqrt{3}) + \log(3 + \sqrt{3})$

$B = 2\log(4) + \log(3) - 3\log(4)$

$C = \log(10^3) + \log\left(\frac{1}{5}\right)$

Exercice 21

Résoudre les équations et inéquations suivantes

a) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $\log(3x-7)=3$

b) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation : $\log(5x+8)>1$

Exercice 22

Résoudre les équations et inéquations suivantes

a) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $7^x=3$

b) Résoudre dans $]0;+\infty[$ l'équation : $x^4=5$

c) Résoudre dans $]0;+\infty[$ l'inéquation : $x^{0,1}<100$.

Exercice 23

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations et inéquations suivantes :

a. $1,2^x=0,8$ b. $3\cdot4^x=7$ c. $0,7^x<0,5$

d. $1,3^x\geq 50\,000$ e. $1\,500\cdot0,83^x>500$

Exercice 24

En 2012, la plus longue liaison électrique à courant continu en service dans le monde relie la centrale hydroélectrique de Xiangjiaba à la ville de Shanghai. Elle mesure environ 1900 km ; sa puissance électrique initiale est de 6400 MW. Lorsque le courant électrique circule dans un câble, une partie de la puissance électrique est perdue. La puissance électrique dans la ligne Xiangjiaba - Shanghai au bout des 1900 km est de 6045 MW.

1. Calculer le pourcentage des pertes de puissance électrique sur la ligne Xiangjiaba - Shanghai.

2. Calculer le taux d'évolution d'évolution moyen de la puissance électrique aux 100 km.

3. Dans cette question, la puissance électrique (en watt) restant dans une certaine ligne électrique à courant continu au bout de x centaines de kilomètres est donnée par la fonction P définie sur [0; + ∞[par $P(x)=6400\cdot0.997^x$.

(a) Montrer que la fonction P est décroissante sur [0;+ ∞[.

(b) Déterminer, à 100 kilomètres près, la longueur maximale d'une ligne pour laquelle la perte de puissance reste inférieure à 7 %.

Exercice 25

On donne les valeurs de log (2), log (3) et log (5). Arrondir à 10^{-4} près

x	2	3	5
$log(x)$	0.3010	0.4771	0.6990

En déduire une valeur approchée des nombres suivants :

A = log (0,5) B = log (20) C = log (6)

D = log (150) E = log (16) F = log (4000)

Exercice 26

On injecte un échantillon d'iode 123 dans le corps d'un patient. On admet que la fonction f définie sur l'intervalle [0; 30] par f (t) = 2500×0.95^t donne une bonne approximation de l'activité du radionucléide iode 123 (exprimée en becquerels) en fonction du temps t (exprimé en heures) écoulé depuis l'injection.

1. Donner la valeur de l'activité initiale de l'iode 123 pour l'échantillon injecté au patient.

2. Résoudre l'équation f (t) = 1250

3. La période T d'un radionucléide est le temps nécessaire au bout duquel son activité a diminué de moitié. Déterminer la période T de l'iode 123. On donnera le résultat en heures et minutes.

Exercice 27

Un certain médicament, administré par voie intraveineuse, est efficace lorsque la concentration du produit actif dans le sang est supérieure ou égale à 40 mg $.L^{-1}$.

La fonction C définie sur [0; 9] par $C(t) = 78\times0.63^t$ donne la concentration (en mg $.L^{-1}$) du produit actif dans le sang du malade en fonction du temps t (exprimés en heures) écoulé depuis l'injection. Le produit est injecté à l'instant $t = 0$.

1. Le médicament est-il encore efficace après 2 heures 30 minutes ?
2. Résoudre dans [0; 9] l'inéquation $C(t) > 40$. Interpréter ce résultat

Exercice 28

A partir du 1er janvier 2020, on place 600 € sur un compte rémunéré à intérêts composés au taux de 3 %. Les intérêts sont versés le 31 décembre de chaque année.

1. On note C_n le capital acquis au 1er janvier 2020+n. Justifier que la suite (C_n) est géométrique, puis en déduire l'expression de C_n en fonction de n.
2. Déterminer au bout de combien d'années le capital acquis dépassera 1500 €

Exercice 29

Le taux d'insuline d'une personne d'une personne pendant les deux premières heures suivant le repas (en $\mu U.mL^{-1}$) est donnée en fonction du temps t (en heures) par la fonction f définie sur [0; 2] par :

$f(t) = 0.4\times10^t + 90$

1. Résoudre l'équation $f(t) = 102$.
2. Donner la valeur exacte, puis la valeur arrondie au dixième de la solution. Que représente concrètement ce nombre