

Composition de fonctions – Fiche de cours

1. Composition de 2 fonctions

Soit $u(x)$ une fonction définie sur I à valeurs dans J et $v(x)$ une fonction définie sur J ; on appelle la composée de $u(x)$ par $v(x)$ $(v \circ u)(x) = v(u(x))$ définie sur $I \cap J$

2. Dérivées de composition de fonctions

a. Définition

Soit u une fonction définie sur I à valeurs dans J et v une fonction définie sur J ; $(v \circ u)' = u' \cdot (v' \circ u)$

b. Propriétés

Soit u une fonction définie et dérivable sur I :

- $(e^u)' = u' \cdot e^u$
- $\left(\frac{1}{u}\right)' = \frac{-u'}{u^2}$ avec $u \neq 0$
- $(u^n)' = n \cdot u' \cdot u^{n-1}$
- $(\sqrt{u})' = \frac{u'}{2\sqrt{u}}$ avec $u > 0$
- $\ln(u)' = \frac{u'}{u}$
- $\cos(u)' = -u' \sin(u)$
- $\sin(u)' = u' \cos(u)$

3. Primitives de composition de fonctions

Fonction	Primitive	Intervalle
$f = u + v$	$F = U + V$	$D_u \cap D_v$
$f = u' \cdot u^n$	$F = \frac{u^{n+1}}{n+1}$	D_u
$f = \frac{u'}{\sqrt{u}}$	$F = 2\sqrt{u}$	$D_u \cap u > 0$
$f = \frac{u'}{u^2}$	$F = -\frac{1}{u}$	$D_u \cap u \neq 0$
$f = u' \cdot e^u$	$F = e^u$	D_u
$f = \frac{u'}{u}$	$F = \ln u $	$D_u \cap u \neq 0$
$f = u' \sin u$	$F = -\cos u$	D_u
$f = u' \cos u$	$F = \sin u$	D_u