Composition de fonctions – Exercices - Devoirs

Exercice 1

Calculer la dérivée de la fonction f dans chacun des cas :

1. $f(x)=4\cdot(2x^3-5)^2$
2. $f(x)=\dfrac{5}{(2-3x)^6}$
3. $f(x)=\dfrac{\sqrt{18+3x}}{2}$
4. $f(x)=8\cdot\ln(3x-5)$
5. $f(x)=5\cdot e^{10-3x}$
6. $f(x)=x\cdot e^{-2x}$

Exercice 2

Calculer la dérivée de la fonction f dans chacun des cas :

a) $f(x)=\cos\left(-3x+\dfrac{\pi}{3}\right)$ b) $f(x)=\sin\left(3x+\dfrac{\pi}{6}\right)$

c) $f(x)=\sin(2x)$ d) $f(x)=\cos(3x^2+2x)$

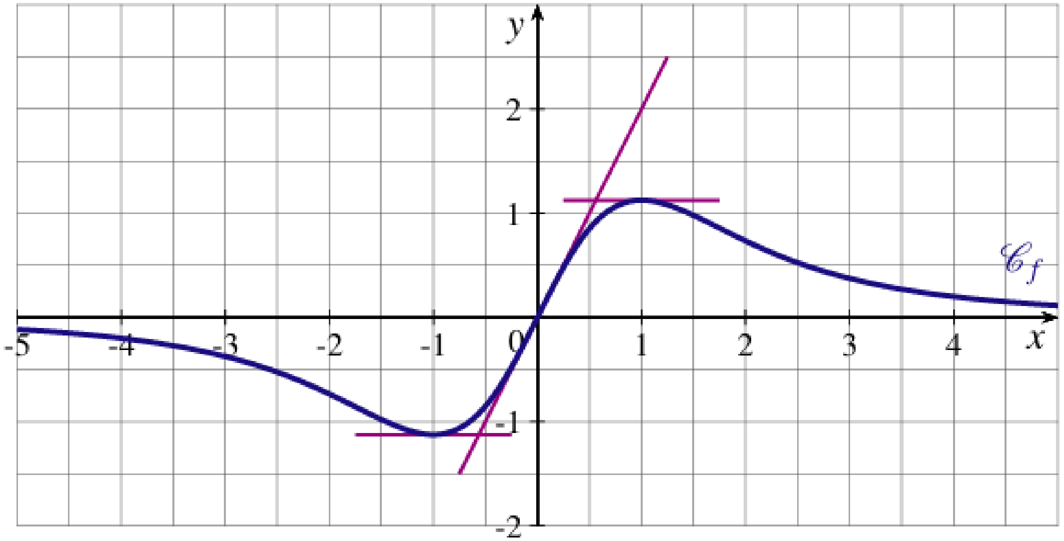
Exercice 3

Déterminer une primitive pour chaque fonction suivante :

1. $f(x)=(x-3)^4$
2. $f(x)=e^{2x+1}$
3. $f(x)=\dfrac{4}{\sqrt{2-5x}}$
4. $f(x)=2\cos\left(100\pi x+\dfrac{\pi}{3}\right)$
5. $f(x)=\dfrac{5x}{x^2+1}$
6. $f(x)=\dfrac{18}{(x+3)^4}$

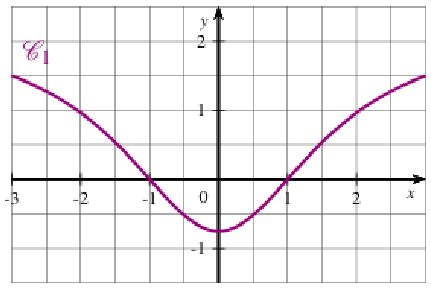
Exercice 4

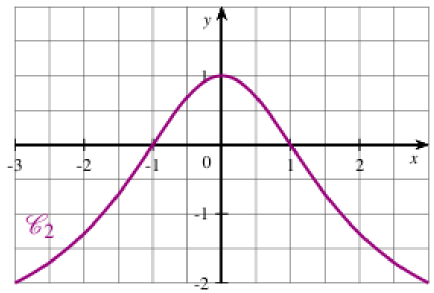
On tracé ci-dessous, la courbe C_f représentative d'une fonction f définie et dérivable sur R.

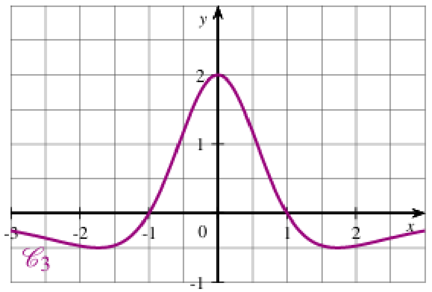


1. On note f′ la dérivée de la fonction f.
Par lecture graphique, déterminer f′(−1) et f′(0).

2. Une des trois courbes ci-dessous est la représentation graphique de la dérivée f′ de la fonction f et une autre d'une primitive F de la fonction f.
Déterminer la courbe associée à la fonction f′ et celle qui est associée à la fonction F.
Justifier la réponse.







La fonction f est définie pour tout réel x par $f(x)=\dfrac{18x}{(x^2+3)^2}$

3. Soit F la primitive de la fonction f telle que F(1) = 0

a) Montrer que la fonction G définie sur R par $G(x)=-\dfrac{9}{x^2+3}$

b) En déduire une expression de F(x)

Exercice 5

Déterminer une primitive pour chaque fonction suivante :

1. $f : x \mapsto -xe^{x^2-1}$; $\mathrm{I}=\mathbb{R}$ **2.** $f : x \mapsto \dfrac{e^x}{(e^x+1)^2}$; $\mathrm{I}=\mathbb{R}$

Exercice 6

Déterminer la primitive pour chaque fonction suivante :

1. $f(x)=\dfrac{3}{x-4}$ $F(0)=5$ $I=]4\ ;+\infty[$
2. $f(x)=\dfrac{\ln(x)}{x}$ $F(1)=2$ $I=]0\ ;+\infty[$
3. $f(x)=\dfrac{\sin x\cos x}{\cos^2 x+1}$ $F(\pi)=1$ $I=]-\pi\ ;\pi[$
4. $f(x)=\tan x$ $F\left(\dfrac{\pi}{4}\right)=-1$ $I=\left]-\dfrac{\pi}{2}\ ;\dfrac{\pi}{2}\right[$
5. $f(x)=\dfrac{16x+4}{4x^2+2x+1}$ $F(0)=-3$ $I=\mathbb{R}$

Exercice 7

Partie A

On considère la fonction f définie sur $[0\ ;\ 4[$ par : $f(x) = 10x + \ln(4-x) - \ln 4$.

On note $\mathcal{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère.

1. Calculer $f(0)$.

2. a) Déterminer $\lim\limits_{x\to 4} f(x)$.

b) En déduire que la courbe $\mathcal{C}_f$ admet une asymptote dont on précisera une équation.

3. a) On appelle f' la fonction dérivée de f sur l'intervalle $[0\ ;\ 4[$.

Montrer que, pour tout x appartenant à l'intervalle $[0\ ;4[$, on a : $f'(x)=\dfrac{39-10x}{4-x}$.

b) Étudier le signe de $f'(x)$ pour tout x appartenant à l'intervalle $[0\ ;4[$.

c) Justifier que la fonction f atteint un maximum en 3,9.

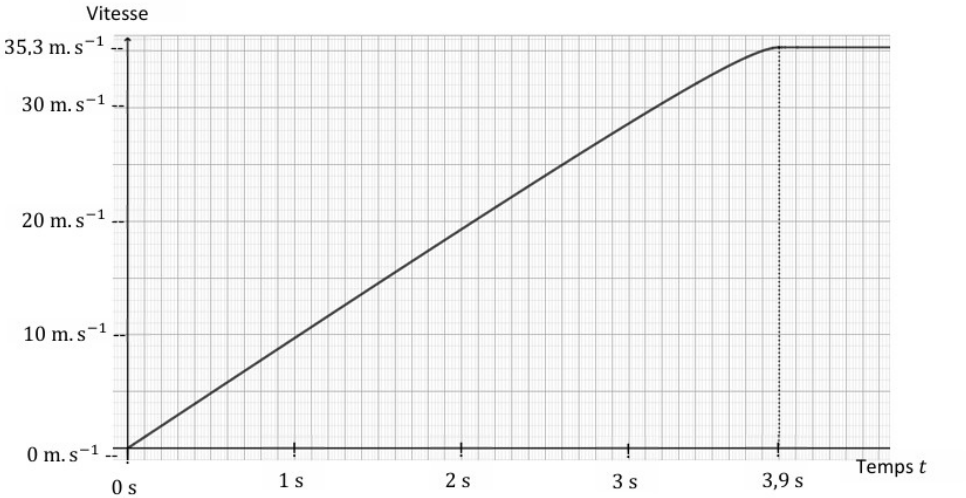
Donner une valeur approchée au dixième de ce maximum.

Partie B

Un constructeur de voitures électriques affirme que ses modèles peuvent atteindre la vitesse de 100 km.h^{-1} en moins de 3 secondes. Pour vérifier cette affirmation, des journalistes ont testé une de ces voitures en réalisant l'essai suivant :

- dans un premier temps, augmentation de la vitesse de 0 à $35{,}3\ \mathrm{m.s^{-1}}$ (soit environ $127\ \mathrm{km.h^{-1}}$) en 3,9 s ;
- dans un deuxième temps, stabilisation de la vitesse à $35{,}3\ \mathrm{m.s^{-1}}$.

L'évolution de la vitesse en fonction du temps est représentée par le graphique ci-dessous :



Durant la phase d'accélération, la vitesse de la voiture est modélisée par la fonction f étudiée dans la partie A et définie par :

$$f(t) = 10t + \ln(4-t) - \ln 4 \qquad \text{avec } t \in [0\,;3{,}9]$$

où t est exprimé en seconde et $f(t)$ est exprimée en $\mathrm{m.s^{-1}}$.

1. a) Calculer $f(3)$.

b) L'affirmation du constructeur est-elle vérifiée ?

2. La distance D, exprimée en mètre, parcourue durant la phase d'accélération est donnée par la formule : $D = \int_0^{3,9} f(t)\,\mathrm{d}t$.

a) On considère la fonction F définie sur $[0\,;3{,}9]$ par :

$$F(t) = 5t^2 - t + (t-4)\,[\ln(4-t) - \ln 4]\,.$$

Montrer que la fonction F est une primitive de f .

b) Calculer la distance D arrondie au dixième.