

Equations différentielles – Fiche de cours

1. Notion d'équation différentielle

a. Définition

Une équation différentielle est une relation entre une variable réelle, une fonction et ses dérivées

exemple : $f' + f = 4$

b. Solutions

Résoudre une équation différentielle consiste à déterminer toutes les fonctions qui vérifient sa relation.

Pour obtenir une unique fonction solution d'une équation différentielle, il convient de rajouter une condition initiale

exemple : $f' + f = 4$ et $f(0) = 0$ pour $f(x) = 4 - 4e^{-x}$

2. Equation différentielle $y' = ay$

L'équation différentielle $y' = ay$ est appelée équation différentielle linéaire homogène du premier ordre sans second membre.

Les solutions de cette équation différentielle sont de la forme :

$$y(x) = Ce^{ax} \quad C \in \mathbb{R}$$

Pour résoudre C on utilise une condition initiale

3. Equation différentielle $y' = ay + b$ $a \neq 0$

Les solutions de l'équation différentielle $y' = ay + b$ sont de la forme :

$$y(x) = Ce^{ax} - \frac{b}{a} \quad C \in \mathbb{R}$$

Pour résoudre C on utilise une condition initiale

4. Equation différentielle $y'' + \omega^2 y = 0$

Les solutions de l'équation différentielle $y'' + \omega^2 \cdot y = 0$ sont de la forme :

$$y(x) = A \cdot \cos(\omega x) + B \cdot \sin(\omega x) \quad (A, B) \in \mathbb{R}^2$$

Pour résoudre A et B on utilise 2 conditions initiales