

Exponentielle de base e – Exercices – Devoirs

Exercice 1 corrigé disponible

Écrire plus simplement les expressions suivantes en utilisant les propriétés algébriques de l'exponentielle :

$$A = e^{-x+7} \times e^{-4x+6}$$

$$B = e^{(x+1)^2} \times e$$

$$C = (e^{x+1})^2 \times e$$

$$D = \frac{e^{3x-4}}{e^{-3x+4}}$$

$$E = e^{-5} \times e^{-3x+4} \times e^2$$

$$F = (e^{-3})^2 \times e^{2x+2} \times \frac{1}{e^4}$$

Exercice 2 corrigé disponible

Calculer la dérivée et étudier les variations des fonctions suivantes :

$$f(x) = (2x + 1)e^x$$

$$g(x) = \frac{e^x - 1}{2e^x + 1}$$

Exercice 3 corrigé disponible

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

$$\text{a. } e^x \times e^{-4} = (e^x)^4$$

$$\text{b. } e^{x^2} = e^{5x-6}$$

Exercice 4 corrigé disponible

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes :

$$\text{a. } e^x > e^{1-x} \quad \text{b. } e^x - \frac{1}{e^x} > 0$$

$$\text{c. } (e^x + 1) \times (e^{2x} - 2) \geq 0$$

Exercice 5 corrigé disponible

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (1 - x)e^x + 1$.

- a. Montrer que pour tout réel x de $\mathbb{R}$ on a : $f'(x) = -xe^x$
- b. Donner le tableau de variations de f .
- c. Donner une équation de T la tangente à C_f la courbe de f au point d'abscisse 1.

Exercice 6 corrigé disponible

a. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $e^{-0,0434x} = 0,01$. On donnera la valeur exacte de la solution.

b. Un signal de puissance initiale $P(0) = 6,75$ mW parcourt une fibre optique. La puissance du signal, exprimée en mW, lorsque celui-ci a parcouru une distance de x kilomètres depuis l'entrée est donnée par $P(x) = 6,75 e^{-0,0434x}$.

Quelle est la distance parcourue par le signal lorsque celui-ci aura perdu 99 % de sa puissance ? On arrondira le résultat obtenu au kilomètre.

Exercice 7

Déterminer les limites suivantes

a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{2x} + e^x + 3x$ b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^{2x} + e^x + 5x^3$

c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} 10 - e^{-0,1x}$ d) $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^{-x^2} + e^x$

e) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{e^x + 3}$ f) $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x - x$

g) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{15}{1 - e^{1-x}}$ h) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{xe^x + 3}{e^{-3x}}$

Exercice 8

Une voiture électrique, dont l'accumulateur est totalement déchargé, est branchée à une borne de rechargement. L'énergie emmagasinée par l'accumulateur (en kilowattheure), notée E , peut être modélisée en fonction du temps t écoulé (en heure) par la fonction E définie pour $t \in [0; +\infty[$ par :

$$E(t) = 18(1 - e^{-0,45t}).$$

On admet que cette voiture a une énergie de stockage limitée à 18 kWh.

Déterminer l'instant t_0 , arrondi à la minute, à partir duquel la moitié de cette énergie de stockage limite a été emmagasinée.

Exercice 9

Étudier les variations de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$

par $f(x) = e^{3x} - 6x + 5$.

Exercice 10

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $e^x \times e^{-4} = (e^x)^4$.
2. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation : $(e^x + 1) \times (e^{2x} - 2) \geq 0$.

Exercice 11

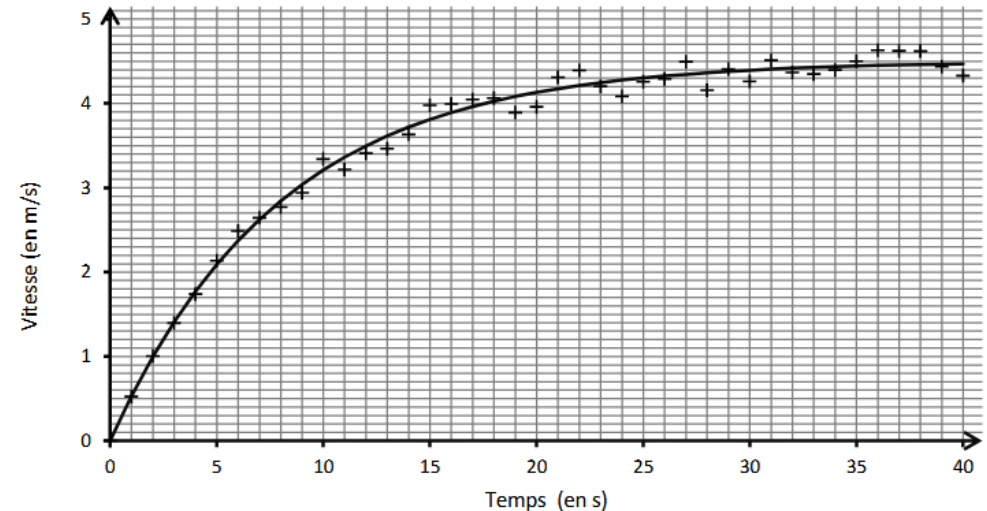
Le taxiage est la période au cours de laquelle un avion se déplace au sol

La vitesse d'un avion est modélisée par $v(t) = A \cdot (1 - e^{-0,13 \cdot t})$

1. Calculer $\lim_{t \rightarrow \infty} v(t)$

La représentation graphique de cette fonction est donnée sur le graphique ci-après. Elle modélise les valeurs expérimentales représentées par des croix sur ce graphique.

Évolution de la vitesse de l'avion lors du taxiage



2. Conjecturer la valeur de A à l'aide du graphique.

La vitesse de l'avion, exprimée en $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$, est modélisée par la fonction v définie sur $[0; +\infty[$ par $v(t) = 4,5 \times (1 - e^{-0,13t})$. On admet que v est dérivable sur $[0; +\infty[$ et on note v' la dérivée de v .

3. Montrer que $v'(t) = 0,585 \times e^{-0,13t}$. En déduire l'accélération initiale de l'avion.

Exercice 12

Soit la fonction h définie sur $\mathbb{R}^*$ par : $h(x) = e^{x+1} + \frac{1}{x^2}$.

Déterminer les limites suivantes :

- i. $\lim_{x \rightarrow -\infty} h(x)$
- ii. $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x)$
- iii. $\lim_{x \rightarrow 0} h(x)$

Exercice 13

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations et inéquations suivantes :

a. $e^{x+1} = e^{2x-3}$

b. $e^{x+1} > 12$.

2. Donner la dérivée de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = e^{x^2+1} + x^2.$$

Exercice 14

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

a. $e^{2x} = e^{-3}$

b. $e^{x^2} = 4$

c. $e^{x^2} = 3e^x - 2$

Exercice 15

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (4x+2) \cdot e^{2x}$

1. Déterminer les limites de f en $+\infty$ et $-\infty$.

2a. Calculer l'expression de la dérivée f' de la fonction f

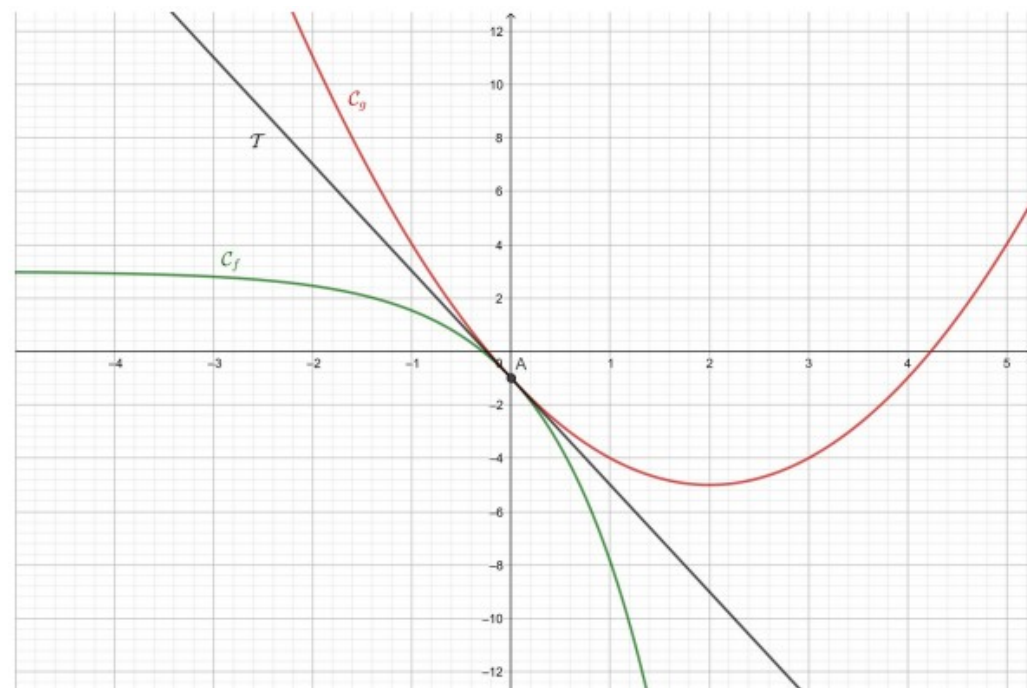
2b. Étudier le signe de f' et construire le tableau de variations complet de la fonction f

Exercice 16

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = a + b \cdot e^x$, où a et b sont deux nombres réels.

On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = x^2 - 4x - 1$

On note C_f et C_g les courbes représentatives des fonctions f et g , tracées dans le repère orthogonal ci-après



1. On admet que les deux courbes C_f et C_g ont un unique point en commun, noté A d'abscisse 0.

Calculer $g(0)$, puis en déduire que $a + b = -1$.

2. On admet que les deux courbes C_f et C_g ont la même tangente T au point A .

a. Donner, pour tout réel x , une expression de $g'(x)$ puis calculer $g'(0)$.

b. En déduire la valeur de b , puis celle de a .

Exercice 17

1. Ecrire plus simplement l'expression suivante : $a(x) = \ln \sqrt{e} \times \frac{e^{4x}}{e^{6x}} \times (e^{3x})^2 \times e^{-3x}$

2. Déterminer la fonction dérivée de $f(x) = e^{x^2+3x} + \frac{e^{2x}}{e^{2x}-1}$

3. Calculer les limites suivantes : a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} 2x - 1 + \frac{e^x}{x}$ b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} 5 + xe^{-x}$